

---

# Planowanie i realizacja ruchu z wykorzystaniem własności stabilizatora VFO dla robota z napędem różnicowym\*

Maciej Michalek<sup>1</sup>, Krzysztof Kozłowski<sup>1</sup>

---

## Streszczenie

Artykuł prezentuje propozycję strategii planowania i realizacji ruchu w zadaniu sterowania polegającym na przejeździe przez uporządkowany zbiór punktów poczynając od początkowej konfiguracji robota do zadanej konfiguracji docelowej. Proponowana strategia wykorzystuje własności regulacyjne stabilizatora VFO zaprezentowanego po raz pierwszy w [4]. W artykule przedstawiono szczegóły strategii ruchu dla modelu nieholonomicznego pojazdu z napędem różnicowym. Jakość sterowania zilustrowano wynikami symulacyjnymi.

## 1. WPROWADZENIE

W literaturze z zakresu robotyki mobilnej wyróżnia się zasadniczo trzy podstawowe rodzaje zadań sterowania: śledzenie trajektorii, odtwarzanie ścieżki geometrycznej oraz stabilizację w ustalonym punkcie referencyjnym. Jednak nie wszystkie praktyczne zadania ruchu stawiane pojazdom autonomicznym można w tak jednoznaczny sposób zdefiniować. Można podać przykłady takich zadań jak śledzenie ruchu wybranego punktu pojazdu referencyjnego, którego trajektoria nie jest znana a priori lub też zadanie realizacji ruchu z pewną prędkością postępową (ściśle określoną bądź dowolną) w zadanym kierunku przy nieokreślonym z góry punkcie dojazdu (jazda *na azymut* w środowisku wolnym od przeszkód). Oba wspomniane przykłady nie mogą zostać zaklasyfikowane do żadnego ze wspomnianych wyżej rodzajów zadań sterowania, a mają istotne znaczenie praktyczne.

W przypadku, gdy ruch pojazdu ma być realizowany w środowisku z przeszkodami geometrię zadania wygodnie jest definiować za pomocą uporządkowanego zbioru punktów przejazdowych:

$$S_t \triangleq \{\mathbf{p}_{t0}, \mathbf{p}_{t1}, \mathbf{p}_{t2}, \dots, \mathbf{p}_{tN}\}, \quad N > 1. \quad (1)$$

Zbiór  $S_t$  można traktować jako uproszczoną definicję żądanej ścieżki przejazdu pod warunkiem, że punkty są wybrane dostatecznie gęsto a ruch robota pomiędzy punktami ze zbioru jest wystarczająco gładki i zawiera się w pewnym określonym dopuszczalnym tunelu łączącym dwa sąsiednie punkty zbioru (zadanie nie wymaga ściśłego

---

\*Praca finansowana z grantu: R02 009 02 (KBN-93/513/08).

<sup>1</sup>Katedra Sterowania i Inżynierii Systemów, Politechnika Poznańska, Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, {maciej.michalek/krzysztof.kozlowski}@put.poznan.pl

określenia toru geometrycznego pomiędzy punktami ze zbioru). Taka definicja zadania (które można nazwać *zadaniem odtwarzania punktów*) wydaje się być stosunkowo prosta, oszczędna obliczeniowo i dostosowana do warunków pomiarowych występujących w pojazdach autonomicznych wynikających z zastosowania czujników obecności przeszkód. Uproszczona definicja ścieżki pozwala także na dynamiczne planowanie ruchu poprzez dodawanie kolejnych nowych punktów przejazdowych już w trakcie realizacji poprzednich punktów ze zbioru.

Problem przejazdu z danej konfiguracji początkowej do zadanej konfiguracji docelowej z przejazdem przez punkty pośrednie można zrealizować na wiele sposobów. W [5] pokazano, że najkrótszymi ścieżkami o skończonej krzywiznie łączącymi dwa punkty są sekwencje łuków okręgów i odcinków prostoliniowych. Taka konstrukcja wymaga jednak znalezienia odpowiedniej sekwencji tych prymitywów oraz realizacji zadania odtwarzania ścieżki przez punkty sklejenia o nieciągłej krzywiznie. Metody planowania ruchu wygładzające punkty sklejenia poprzez zastosowanie dodatkowo fragmentów kłotoid wokół punktu nieciągłości zaprezentowano w pracach [6, 3]. Obie metody prowadzą do konstrukcji ścieżek geometrycznych o żądanych własnościach, a zatem ich realizacja jest również związana z zadaniem odtwarzania ścieżki. Niniejszy artykuł prezentuje alternatywną propozycję planowania oraz praktycznej realizacji zadania odtwarzania ustalonego zbioru punktów przejazdowych dla kinematyki nieholonomicznego pojazdu dwukołowego z napędem różnicowym. Realizacja zadania będzie oparta o specyficzne własności stabilizatora VFO przedstawione między innymi w [4, 2], które gwarantują przewidywalny i łatwy do kształtowania ruch pojazdu między punktami ze zbioru. Proponowana metoda nie wymaga zatem projektowania całej ścieżki przejazdu robota, a jedynie odpowiednie zaplanowanie orientacji referencyjnych dla poszczególnych punktów przejazdowych.

## 2. ZDEFINIOWANIE ZADANIA

Rozważmy pojazd z napędem różnicowym, którego model kinematyki można sprowadzić do równania ruchu pojedynczego koła

$$\dot{\mathbf{q}} = [\mathbf{g}_1 \ \mathbf{g}_2(\boldsymbol{\theta})] \mathbf{u}, \quad \mathbf{g}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T, \quad \mathbf{g}_2(\boldsymbol{\theta}) = [0 \ \cos \theta \ \sin \theta]^T, \quad (2)$$

gdzie  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T \in \mathbb{R}^2$  jest wektorem wejść sterujących poziomą platformą pojazdu (prędkość kątowa i postępową platformy), a  $\mathbf{q} = [\theta \ x \ y]^T \in \mathbb{R}^3$  jest stanem pojazdu określającym odpowiednio jego orientację i pozycję w układzie globalnym.

Niech będzie dany uporządkowany zbiór punktów (1), gdzie  $\mathbf{p}_{i0} \equiv \mathbf{q}(0)$  oraz  $\mathbf{p}_{ii} \triangleq [\theta_{ii} \ x_{ii} \ y_{ii}]^T$  dla  $i = 1, \dots, N$ , przy czym

- Z1.  $\theta_{ii} = \theta_{ii}^d$ , gdy orientacja pojazdu w punkcie  $\mathbf{p}_{ii}$  jest dana a priori,
- Z2.  $\theta_{ii} = \theta_{ii}^c$ , gdy orientacja pojazdu w punkcie  $\mathbf{p}_{ii}$  jest obliczana automatycznie w oparciu o wybraną strategię związaną z płynnością ruchu robota pomiędzy sąsiednimi punktami zbioru  $S_i$ .

Zadaniem sterowania będzie przejazd z zadany profilem prędkości postępowej  $u_2 = u_2(\tau) \neq 0$  przez wszystkie punkty zbioru  $S_i$  zgodnie z kolejnością wzrostu indeksów  $i = 1, \dots, N$  w  $S_i$  zadaną precyzją  $\epsilon_i > 0$  realizacji  $i$ -tego punktu przejazdowego:

$$\forall_{i \in \{1, \dots, N-1\}} \exists_{\tau_i \in [\tau_{i-1}, \tau_{i+1}]} : \|\mathbf{e}_i^*(\tau_i)\| \leq \varepsilon_i, \quad \mathbf{e}_i^*(\tau_i) \triangleq \begin{bmatrix} x_{ti} - x(\tau_i) \\ y_{ti} - y(\tau_i) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

gdzie  $\tau_i$  oznacza chwilę osiągnięcia przez uchyb pozycji  $\mathbf{e}_i^*$  otoczenia  $\varepsilon_i$  wokół punktu  $\mathbf{p}_{ii}^* = [x_{ti} \ y_{ti}]^T$ .

W powyższej definicji zakłada się, że punkt  $\mathbf{p}_{t0}$  jest tożsamy z początkowym stanem robota. W przypadku, gdy liczba punktów w  $S_t$  jest skończona i ustalona, wówczas orientacja robota w ostatnim punkcie  $\mathbf{p}_N$  zwykle jest zadana a priori:  $\theta_{tN} = \theta_{tN}^d$ . Dwa sposoby definiowania orientacji referencyjnej w  $i$ -tym punkcie przejazdowym (oznaczone jako Z1 i Z2) pozwalają na zastosowanie różnych strategii ruchu robota przez punkty zlokalizowane w tych samych miejscach geometrycznych przestrzeni zadania (na płaszczyźnie  $\{x, y\}$ ). Precyzyjne określenie strategii przejazdu wymaga podania algorytmu obliczania orientacji referencyjnych w poszczególnych punktach przejazdowych (dla zadania Z2), a także podania funkcji prędkości ruchu (definicja  $u_2(\tau)$  wraz ze zwrotem prędkości – ruch przodem/ruch tyłem) oraz żądanej precyzji osiągania poszczególnych punktów podczas realizacji zadania (wartości parametrów  $\varepsilon_i$ ). Strategia proponowana w niniejszym artykule dotyczy zadania typu Z2. Propozycja sposobu obliczania orientacji referencyjnych i realizacji ruchu robota przez punkty przejazdowe zostanie przedstawiona w rozdziale 4.

### 3. STABILIZATOR VFO – PODSTAWOWE INFORMACJE

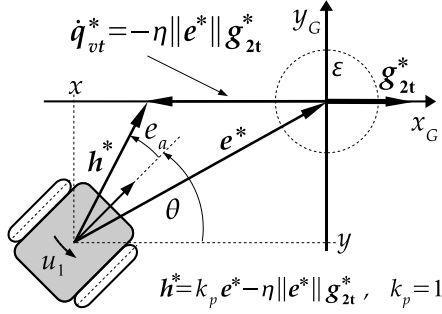
Z tego względu, iż podstawowa strategia ruchu proponowana w kolejnym rozdziale w dużej mierze wynika z własności sterownika VFO dedykowanego do zadania stabilizacji w punkcie robota jednokołowego, krótkie przybliżenie konstrukcji i własności tego stabilizatora wydaje się uzasadnione (szczegółowy opis sterownika można znaleźć w [2], [4]).

Konstrukcja stabilizatora VFO wynika z metody sterowania z orientowaniem pól wektorowych opisanej w [2]. Źródło metody leży w prostej interpretacji geometrycznej struktury kinematyki robota jednokołowego i zgodnie z przekonaniem autorów jest próbą uogólnienia koncepcji sterowania we współrzędnych biegunowych. Stabilizator VFO należy do nieciągłych algorytmów sterowania gwarantujących zbieżność błędu stabilizacji  $\mathbf{e} = \mathbf{q}_t - \mathbf{q}$  do zera dla zadanego punktu referencyjnego  $\mathbf{q}_t = [\theta_t \ x_t \ y_t]^T$ . Punkt nieciągłości pokrywa się z punktem referencyjnym pozycji  $\mathbf{q}_t^* \in \mathbb{R}^2$  to jest dla  $\mathbf{e}^* = [x_t - x \ y_t - y]^T = \mathbf{0}$  (jest to tzw. *prawie-stabilizator*). Prawo sterowania VFO jest określone następującym zestawem równań:

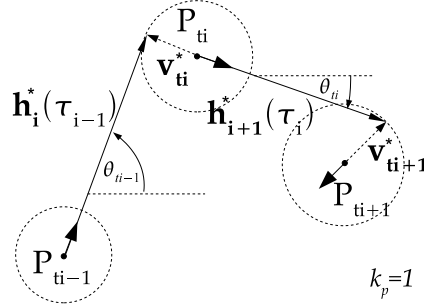
$$u_1 \triangleq h_1, \quad u_2 \triangleq h_2 \cos \theta + h_3 \sin \theta, \quad (4)$$

gdzie  $[h_1 \ h_2 \ h_3]^T \equiv [h_1 \ \mathbf{h}^{*T}]^T \in \mathbb{R}^3$  jest tzw. polem zbieżności definiującym chwilowy pożądany kierunek ruchu robota gwarantujący osiągnięcie punktu referencyjnego  $\mathbf{q}_t \in \mathbb{R}^3$ , przy czym:  $h_1 \triangleq k_1 e_a + \dot{\theta}_a$ ,  $e_a \triangleq (\theta_a - \theta) \in \mathbb{R}$ , a  $\theta_a \triangleq \text{Atan2c}(\text{sgn}(k)h_3, \text{sgn}(k)h_2) \in \mathbb{R}$  jest pomocniczą zmienną orientacji<sup>†</sup> definiującą bezpośrednio żądany chwilowy

<sup>†</sup>W definicji zmiennej  $\theta_a$  wykorzystano funkcję  $\text{Atan2c}(\cdot, \cdot)$ , która stanowi uciągniętą wersję cztero-



**Rys. 1.** Efekt naprowadzania robota przez stabilizator VFO podczas dojazdu do punktu referencyjnego



**Rys. 2.** Sposób definiowania wektorów w poszczególnych sektorach ruchu dla strategii przejazdu przez punkty

kierunek ruchu i żadaną chwilową orientację robota,  $k$  jest pewną niezerową funkcją skalarną, natomiast  $\mathbf{h}^* \triangleq k_p \mathbf{e}^* + \dot{\mathbf{q}}_{vt}^*$ . Kluczowym elementem strategii stabilizacji VFO jest wektor wirtualnej prędkości referencyjnej  $\dot{\mathbf{q}}_{vt}^*$ , który w oryginalnej wersji sterownika VFO przyjmuje postać:

$$\dot{\mathbf{q}}_{vt}^* \triangleq -\eta \operatorname{sgn}(k) \|\mathbf{e}^*\| \mathbf{g}_{2t}^*, \quad \text{gdzie} \quad \mathbf{g}_{2t}^* = [\cos \theta_t \quad \sin \theta_t]^T. \quad (5)$$

Element  $\operatorname{sgn}(k)$  występujący w powyższych wyrażeniach pozwala na kształtowanie sposobu dojazdu do punktu referencyjnego (dojazd przodem/dojazd tyłem). Wykorzystanie tak zdefiniowanego wektora prędkości wirtualnej zanikającej do zera dla  $\mathbf{e}^* \rightarrow \mathbf{0}$  skutkuje efektem naprowadzania (nakierowania) platformy robota tak, aby zapewnić płynne osiągnięcie orientacji referencyjnej  $\theta_t$  w otoczeniu pozycji referencyjnej  $\mathbf{q}_t^* \in \mathbb{R}^2$ . Zasada działania algorytmu VFO polega zatem w głównej mierze na śledzeniu pomocniczego sygnału orientacji  $\theta_a(\mathbf{h}^*(\tau))$ , który płynnie zbiega do wartości referencyjnej  $\theta_t$  w granicy dla  $\mathbf{q}^*(\tau) \rightarrow \mathbf{q}_t^*$  oraz na *popychaniu* stanu  $\mathbf{q}^*$  wzdłuż aktualnego kierunku zbieżności definiowanego sygnałem  $\theta_a(\mathbf{h}^*(\tau))$ . Sterownik VFO posiada trzy parametry projektowe:  $k_1 > 0, k_p > 0$  oraz  $\eta \in (0, k_p)$ . Współczynnik  $k_1$  bezpośrednio odpowiada za szybkość zbieżności błędu  $e_a$ . Wpływ parametrów  $k_p$  i  $\eta$  na stan przejściowy robota można zauważyć na rys. 1, gdzie intensywność efektu naprowadzania zależy od relacji pomiędzy wartościami parametrów  $k_p$  i  $\eta$  (im mniejsza różnica  $(k_p - \eta) > 0$ , tym większa intensywność efektu naprowadzania – por. [2]). Wybór wartości poszczególnych parametrów jest bardzo prosty. Można podać następującą metodę doboru:  $k_1 > k_p$  (np.  $k_1 = 2k_p$ ),  $\eta < k_p$  o wartości zależnej od żądanej intensywności naprowadzania robota w danej aplikacji. Symulacyjna i eksperymentalna weryfikacja jakości sterowania ujawniła kilka ważnych i praktycznie użytecznych cech sterownika VFO: szybką i nieoscylacyjną zbieżność błędów regulacji, naturalny charakter stanów przejściowych pojazdu niezależnie od warunków początkowych, intuicyjną interpretację poszczególnych składników sterowania, prostotę doboru nastaw sterownika i prostotę kształtowania stanów przejściowych robota

z efektem nakierowania pojazdu przy dochodzeniu do punktu referencyjnego. Powyższe cechy istotnie ułatwiają przewidywanie, w jaki sposób robot będzie osiągał punkt referencyjny przy danych warunkach początkowych. Prostota predykcji przebiegu stanów przejściowych wraz z nieoscylacyjnym ruchem platformy stanowią naturalną motywację do wykorzystania powyższych cech w planowaniu i realizacji zadania przejazdu przez punkty pośrednie.

#### 4. STRATEGIA RUCHU MOTYWOWANA WŁASNOŚCIAMI STABILIZATORA VFO

Rozważmy zbiór punktów (1) postaci:

$$S_t = \{\mathbf{p}_{t0}, \mathbf{p}_{t1} = [\theta_{t1} \ x_{t1} \ y_{t1}]^T, \dots, \mathbf{p}_{tN} = [\theta_{tN}^d \ x_{tN} \ y_{tN}]^T\}, \quad (6)$$

w którym  $\mathbf{p}_{t0} \equiv \mathbf{q}(0) \Rightarrow [\theta_{t0} \ x_{t0} \ y_{t0}]^T = [\theta(0) \ x(0) \ y(0)]^T$ , a dla  $i = 1, \dots, N-1$  orientacje w punktach przejazdowych nie są zdefiniowane a priori. Punkt  $\mathbf{p}_{tN}$  jest punktem końcowym z orientacją zadaną a priori jako  $\theta_{tN} \equiv \theta_{tN}^d$ .

Strategia przejazdu przez punkty ze zbioru  $S_t$  wynika z następującego rozumowania. Zgodnie z algorytmem stabilizacji VFO, w każdym segmencie ruchu definiowanym jako etap przejazdu od punktu  $\mathbf{p}_{ti-1}$  do  $\mathbf{p}_{ti}$  można określić chwilowy wektor zbieżności  $\mathbf{h}_i^*(\tau) = [h_{2i}(\tau) \ h_{3i}(\tau)]^T$  definiujący w tym segmencie pożądany chwilowy kierunek ruchu gwarantujący płynny dojazd do punktu  $\mathbf{p}_{ti}$  z żądaną orientacją w tym punkcie  $\theta_{ti}$  (z efektem naprowadzania platformy). Konstrukcja wektora  $\mathbf{h}_i^*$  jest następująca:

$$\mathbf{h}_i^*(\tau) \triangleq k_p \mathbf{e}_i^*(\tau) + \mathbf{v}_{ti}^*(\tau), \quad (7)$$

gdzie  $k_p > 0$  jest parametrem projektowym oraz

$$\mathbf{e}_i^*(\tau) \triangleq \mathbf{p}_{ti}^* - \mathbf{q}^*(\tau), \quad \mathbf{p}_{ti}^* \triangleq \begin{bmatrix} x_{ti} \\ y_{ti} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}^*(\tau) \triangleq \begin{bmatrix} x(\tau) \\ y(\tau) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

a  $\mathbf{v}_{ti}^*(\tau)$  jest wektorem tzw. *wirtualnej prędkości referencyjnej* określonym dla punktu  $\mathbf{p}_{ti}$  następująco:

$$\mathbf{v}_{ti}^*(\tau) \triangleq -\eta_i \|\mathbf{e}_i^*(\tau)\| \operatorname{sgn}U2_i \begin{bmatrix} \cos \theta_{ti} \\ \sin \theta_{ti} \end{bmatrix}, \quad 0 < \eta_i < k_p. \quad (9)$$

Parametr projektowy  $\eta_i$  wpływa na intensywność manewru naprowadzania platformy przy dojeździe do punktu przejazdowego  $\mathbf{p}_{ti}$ , natomiast parametr  $\operatorname{sgn}U2_i \in \{+1, -1\}$  określa strategię dojazdu do punktu  $\mathbf{p}_{ti+1}$ : dojazd przodem ( $\operatorname{sgn}U2_i = +1$ ) lub dojazd tyłem ( $\operatorname{sgn}U2_i = -1$ ).

Żądany kierunek ruchu i żądana orientacja robota w segmencie  $i$ -tym są bezpośrednio wyrażone poprzez chwilową wartość pomocniczej zmiennej orientacji

$$\theta_{ai}(\tau) \triangleq \text{Atan2c}(\text{sgnU}2_i \cdot h_{3i}(\tau), \text{sgnU}2_i \cdot h_{2i}(\tau)) \in \mathbb{R} \quad (10)$$

obliczanej na podstawie wektora  $\mathbf{h}_i^*(\tau) = [h_{2i}(\tau) \ h_{3i}(\tau)]^T$  (oraz wybranej strategii dojazdu do punktu  $i$ -tego), co dla prostoty dalszego zapisu będziemy oznaczać jako  $\theta_{ai} = \arg(\mathbf{h}_i^*)$ . Celem strategii jest takie określenie kąta orientacji referencyjnej  $\theta_{ti}$  w punkcie przejazdowym  $\mathbf{p}_{ti}$ , aby w momencie przejazdu przez ten punkt zachować ciągłość przebiegu pomocniczego kąta orientacji  $\theta_a(\tau)$  (zakładamy tutaj sytuację idealną, w której przejazd przez punkt  $\mathbf{p}_{ti}$  jest precyzyjny). Chcemy zatem, aby spełniony był warunek:  $\theta_a(\tau_i^-) = \theta_a(\tau_i^+)$  dla  $i = 1, \dots, N-1$ , co zgodnie z własnościami i zasadą działania stabilizatora VFO odpowiada następującemu warunkowi planowania orientacji przejazdu w punkcie  $\mathbf{p}_{ti}$ :

$$\theta_{ti} = \theta_a(\tau_i), \quad \text{gdzie} \quad \theta_a(\tau_i) = \theta_{ai+1}(\tau_i) \triangleq \arg(\mathbf{h}_{i+1}^*(\tau_i)). \quad (11)$$

Powyższy zapis oznacza, że kąt orientacji referencyjnej w punkcie  $i$ -tym powinien być zgodny z orientacją wektora zbieżności obliczonego w punkcie  $\mathbf{p}_{ti}$  i definiującego w tym punkcie kierunek zbieżności do kolejnego punktu przejazdowego czyli do  $\mathbf{p}_{ti+1}$ . Z tego względu, że w powyższym wzorze kąt  $\theta_a(\tau_i)$  zależy od wektora zbieżności  $\mathbf{h}_{i+1}^*(\tau_i)$  określanego na podstawie lokalizacji punktu  $\mathbf{p}_{ti+1}$  zadanie obliczania orientacji w punktach przejazdowych wymaga przeprowadzania obliczeń w kolejności od ostatniego punktu  $\mathbf{p}_{tN}$  do pierwszego  $\mathbf{p}_{t1}$  (punkt  $\mathbf{p}_{t0}$  jest tożsamy z  $\mathbf{q}(0)$ ). Do zaplanowania ruchu według proponowanej strategii wymagamy zatem znajomości wszystkich punktów, dla których przejazd jest planowany oraz zdefiniowania a priori orientacji referencyjnej dla punktu  $\mathbf{p}_{tN}$  (jest to naturalny wymóg w przypadku, gdy chcemy zakończyć ruch w  $\mathbf{p}_{tN}$ ). Algorytm obliczania orientacji referencyjnych w punktach przejazdowych  $\mathbf{p}_{tj}$  dla  $j = N-1, \dots, 1$  można zapisać w postaci następujących sześciu kroków obliczeniowych:

- K0. zaczynij obliczenia przyjmując indeks punktu końcowego:  $i := N$
- K1. oblicz  $\mathbf{e}_i^*(\tau_{i-1})$  zgodnie z (8) przyjmując warunek idealnego odtwarzania poprzedniego punktu ze zbioru  $S_t$ :  $\mathbf{q}^*(\tau_{i-1}) = \mathbf{p}_{ti-1}^*$
- K2. oblicz  $\mathbf{v}_i^*(\tau_{i-1})$  zgodnie z (9) dla zadanych parametrów  $\eta_i$  oraz  $\text{sgnU}2_i$
- K3. oblicz  $\mathbf{h}_i^*(\tau_{i-1})$  zgodnie z (7)
- K4. oblicz  $\theta_{ai}(\tau_{i-1})$  zgodnie z (10) dla danego parametru  $\text{sgnU}2_i$  i przypisz elementowi  $\mathbf{p}_{ti-1}$  zbioru  $S_t$  następującą wartość orientacji referencyjnej:  $\theta_{ti-1} := \theta_{ai}(\tau_{i-1})$
- K5. IF ( $i == 2$ ) THEN stop  
ELSE  $i := i - 1$  i przejdź do kroku K1.

Wyliczenie zestawu orientacji referencyjnych i przypisanie ich do odpowiednich elementów zbioru  $S_t$  kończy etap planowania ruchu. Drugi etap związany jest z fizyczną realizacją tak zaplanowanego zadania w zamkniętym układzie sterowania ze zmodyfikowanym sterownikiem VFO. Realizacja zadania polega na wybieraniu kolejnego  $i$ -tego punktu przejazdowego ze zmodyfikowanego zbioru  $S_t$  jako aktywnego i przekazaniu go do realizacji przez układ sterowania VFO. Aktywowanie  $i$ -tego punktu zachodzi w chwili  $\tau_{i-1}$  czyli wówczas, gdy tylko robot znajdzie się w założonym otoczeniu  $\varepsilon_{i-1}$  bieżąc realizowanym punktu przejazdowego – spełniony jest waru-

nek (3) dla punktu<sup>‡</sup>  $\mathbf{p}_{i-1}$ . Warto podkreślić, iż obliczenia w kroku K1 związane z planowaniem ruchu wykonywane są dla przypadku nominalnego, w którym zakładamy  $\mathbf{q}^*(\tau_{i-1}) = \mathbf{p}_{i-1}^* \forall i=2, \dots, N$ . Algorytm realizacji ruchu gwarantuje jednak osiągnięcie punktów przejazdowych w dokładnością zdefiniowaną otoczeniami  $\varepsilon_i > 0$ .

Modyfikacja oryginalnych równań sterownika VFO przedstawionych w (4) jest konieczna przede wszystkim ze względu na profil prędkości postępowej  $u_2(\tau)$  platformy robota, którą chcemy uzyskać. Zastosowanie oryginalnej definicji (4) w rozważanym zadaniu przejazdu przez punkty skutkowałoby nieciągłym przebiegiem prędkości postępowej i *skokowym* charakterem ruchu robota z etapem gwałtownego przyspieszania przy aktywowaniu kolejnego punktu z  $S_i$  oraz etapem ruchu opóźnionego przy dojeżdżaniu do otoczenia  $\varepsilon$  aktywnego punktu przejazdowego. Najprostszą modyfikacją jest przyjęcie sterowania  $u_2$  jako przebiegu odcinkami stałego z określeniem znaku tej prędkości przy dojeździe do poszczególnych punktów przejazdowych dla  $i = 1, \dots, N-1$  oraz jako sygnału asymptotycznie zanikającego w kierunku zera przy dojeździe do punktu końcowego  $\mathbf{p}_{iN}$ :

$$u_2(\tau) \triangleq \begin{cases} \operatorname{sgn} U_{2i} \cdot U_2 & \text{dla } \tau \in [\tau_{i-1}, \tau_i) \\ \operatorname{sgn} U_{2N} \cdot U_2 \frac{\|\mathbf{h}_N^*(\tau)\|}{\|\mathbf{h}_N^*(\tau_{N-1})\|} & \text{dla } \tau \in [\tau_{N-1}, \tau_N) \\ 0 & \text{dla } \tau \geq \tau_N \end{cases}, \quad (12)$$

gdzie  $i = 1, \dots, N-1$ ,  $U_2 > 0$  jest żadaną wartością prędkości postępowej platformy, a  $\tau_{N-1}$  jest chwilą osiągnięcia założonego otoczenia  $\varepsilon_{N-1}$  pozycji punktu  $\mathbf{p}_{iN-1}$ . Równanie definiujące sterowanie  $u_1$  dla zadania odtwarzania punktów odpowiada oryginalnej postaci określonej w (4) z uwzględnieniem sekwencyjnego wybierania kolejnych punktów przejazdowych w chwilach  $\tau_i$  dla  $i = 1, \dots, N$ :

$$u_1(\tau) \triangleq \begin{cases} k_1(\theta_{ai}(\tau) - \theta(\tau)) + \dot{\theta}_{ai}(\tau) & \text{dla } \tau \in [\tau_{i-1}, \tau_i) \\ k_1(\theta_{iN}^d - \theta(\tau)) & \text{dla } \tau \geq \tau_N \end{cases}, \quad (13)$$

gdzie  $i = 1, \dots, N$ ,  $\theta_{ai}(\tau)$  zdefiniowano w (10),  $k_1 > 0$  jest parametrem projektowym oraz

$$\dot{\theta}_{ai}(\tau) = \frac{\dot{h}_{3i}h_{2i} - \dot{h}_{2i}h_{3i}}{h_{2i}^2 + h_{3i}^2} \quad \text{dla } h_{2i}^2 + h_{3i}^2 \neq 0. \quad (14)$$

Warunek  $h_{2i}^2 + h_{3i}^2 \neq 0$  gwarantujący dobre określenie sygnałów  $\theta_{ai}(\tau)$  oraz  $\dot{\theta}_{ai}(\tau)$  jest spełniony dla każdego  $\tau \geq \tau_0$  ze względu na zależność (3) określającą warunek wyboru kolejnego punktu przejazdowego ze zbioru  $S_i$ .

**Uwaga 1.** *Strategia planowania ruchu przedstawiona wyżej zakłada sytuację idealną, w której realizacja i-tego punktu przejazdowego jest realizowana precyzyjnie – spełnione jest równanie (11). Ze względu na to, iż warunek wyboru kolejnych punktów przejazdowych (3) jest zdefiniowany dla  $\varepsilon_i > 0$ , generalnie nie mamy gwarancji iż do chwili  $\tau_i$  (chwili wejścia w otoczenie  $\varepsilon_i$ ) kąt pomocniczy  $\theta_a(\tau) = \theta_{ai}(\tau)$  precyzyjnie*

<sup>‡</sup>Sposób dynamicznego wyboru poszczególnych punktów przejazdowych jest podobny do działania metody *lokalnego planera ruchu* przedstawionej w [1] i dedykowanej dla systemów holonomicznych.

**Tab. 1.** Punkty przejazdowe i wartości parametrów wykorzystane w symulacjach S1 i S2

S1	P1	P2	P3	P4	P5	P6
$\theta_i$ [rad]	0.000	-1.503	1.055	-1.166	0.010	1.571
$x_i$ [m]	-4.000	-2.000	-1.000	0.000	1.000	1.500
$y_i$ [m]	3.500	3.000	1.000	1.500	1.000	1.500
$\eta$	3.000	3.500	3.500	3.500	3.500	3.500
sgnU2	+1	+1	+1	+1	+1	+1
$\varepsilon$ [m]	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005
S2	P1	P2	P3	P4	P5	P6
$\theta_i$ [rad]	0.000	-5.015	-3.308	-1.166	0.010	1.571
$x_i$ [m]	-4.000	-2.000	-1.000	0.000	1.000	1.500
$y_i$ [m]	3.500	3.000	1.000	1.500	1.000	1.500
$\eta$	3.000	3.500	3.500	3.500	3.500	3.500
sgnU2	+1	-1	-1	-1	+1	+1
$\varepsilon$ [m]	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005

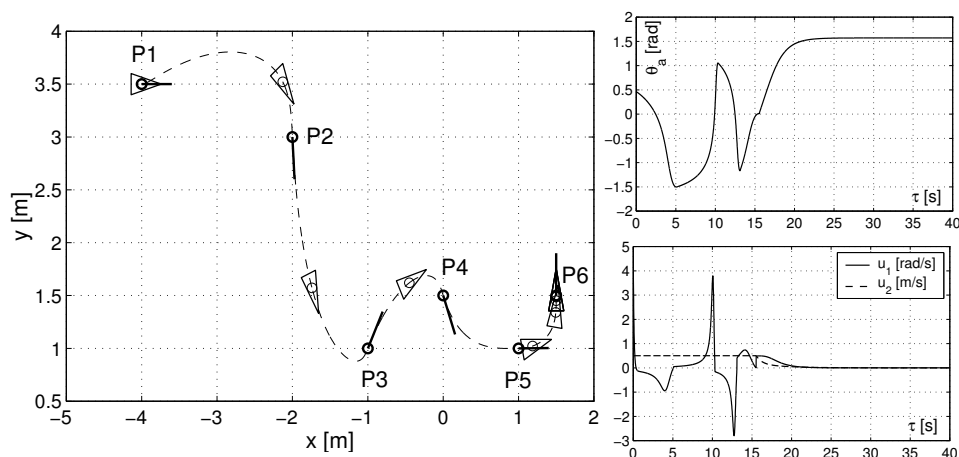
zbiegnie do wartości  $\theta_{ti}$ . Różnica pomiędzy tymi wartościami w chwili  $\tau_i$  będzie skutkować nieciągłością w przebiegu sygnału  $\theta_a(\tau)$  dla  $\tau = \tau_i$ . Nieciągłość tę można minimalizować zwiększając intensywność efektu naprowadzania robota przy dojeździe do punktu  $\mathbf{p}_{ti}$  poprzez zwiększenie wartości parametru  $\eta_i$ . Zaznaczmy, iż pomimo nieciągłości w przebiegu  $\theta_a(\tau)$  sygnał wyprzedzający  $\dot{\theta}_a(\tau)$  z (14) będzie ograniczony jeżeli w formalnie obliczonych pochodnych  $\dot{h}_{2i}$  oraz  $\dot{h}_{3i}$  (różniczkowanie składowych wektora (7)) przyjmiemy zerowe pochodne sygnałów referencyjnych (co jest uzasadnione, ponieważ sygnały referencyjne wynikają ze zbioru stałych punktów przejazdowych).

## 5. WYNIKI SYMULACYJNE

Jakość realizacji zadania przejazdu przez punkty z wykorzystaniem proponowanej strategii prezentują wyniki dwóch prób symulacyjnych S1 oraz S2 przeprowadzonych w środowisku Matlab-Simulink. Na potrzeby symulacji zdefiniowano zbiór sześciu punktów przejazdowych  $S_i = \{\mathbf{p}_{t0}, \mathbf{p}_{t1}, \mathbf{p}_{t2}, \mathbf{p}_{t3}, \mathbf{p}_{t4}, \mathbf{p}_{t5}\}$  oznaczonych dalej w skrócie jako  $P1, P2, \dots, P6$ . Zgodnie z założeniami strategii przyjęto:  $\mathbf{p}_{t0} \equiv \mathbf{q}(0)$ , gdzie  $\mathbf{q}(0) = [0 \ -4 \ 3.5]^T$ . W tab. 1 przedstawiono współrzędne referencyjne poszczególnych punktów przejazdowych oraz wartości takich parametrów jak współczynniki  $\eta_i$ , promienie obszarów  $\varepsilon_i$  oraz żądane znaki prędkości postępowej  $u_2$  określające strategię dojazdu do punktu  $i$ -tego. Poza tym przedstawiono wartości orientacji referencyjnych  $\theta_{ti}$  zadanych bądź obliczonych zgodnie z proponowaną strategią planowania ruchu (orientacje dla punktów  $P1$  i  $P6$  są dane a priori i nie podlegają modyfikacji). Próby symulacyjne S1 i S2 różnią się jedynie żadaną strategią dojazdu do punktów referencyjnych  $P2, P3$  i  $P4$ . W przypadku S2 dojazd do wskazanych punktów<sup>§</sup> odbywa się z strategii ruchu *tyłem* ( $u_2(\tau) < 0$ ), natomiast w przypadku S1 przejazd przez wszystkie punkty jest zadany w strategii ruchu *przodem* ( $u_2(\tau) > 0$ ). W obu próbach realizacja ruchu odbywała się w zamkniętym układzie sterowania ze zmodyfikowa-

<sup>§</sup>W przypadku punktu  $P3$  jest to w istocie *przejazd* przez ten punkt ze względu na sąsiedztwo punktów osiągniętych z tą samą strategią ruchu.



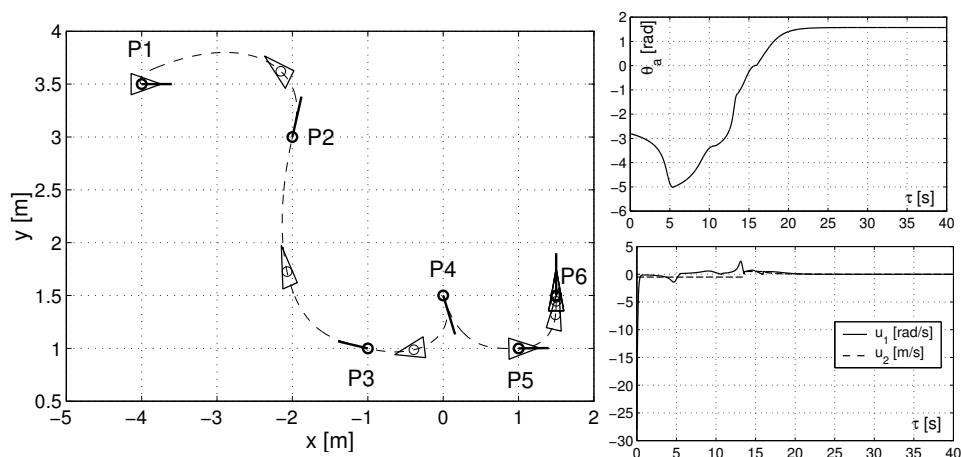


**Rys. 3.** Próba symulacyjna S1: tor robota na płaszczyźnie (z lewej) oraz przebiegi pomocniczej zmiennej orientacji (z prawej na górze) i sygnałów sterujących (z prawej na dole)

nym sterownikiem VFO określonym równaniami (12)-(13) dla  $k_1 = 10, k_p = 5$  oraz  $U_2 = 0.5$  [m/s]. Uzyskaną jakość sterowania ilustrują przebiegi na rys. 3-4.

## 6. UWAGI KOŃCOWE

Zaprezentowana strategia ruchu pozwala na uproszczenie zadania planowania przejazdu przez punkty sprowadzając problem projektowania ścieżki przejazdu do prostszego problemu określenia skończonej liczby orientacji referencyjnych w punktach przejazdowych. Dzięki specyficznym własnościom metody sterowania VFO ruch pojazdu pomiędzy poszczególnymi punktami jest przewidywalny i łatwy w kształtowaniu poprzez dobór odpowiednich wartości parametrów sterownika. Możliwość osiągnięcia poszczególnych punktów zarówno w strategii ruchu przodem jak i tyłem pozwala na elastyczne kształtowanie toru jazdy w celu uniknięcia kolizji z przeszkodami stacjonarnymi. Praktyczne wykorzystanie metody może dodatkowo wymagać rozwiązania takich zagadnień, jak: uzależnienie wartości prędkości postępowej od chwilowej krzywizny ruchu platformy (ograniczenie przyspieszenia odśrodkowego) oraz płynną zmianę wartości prędkości postępowej podczas manewru nawrotu, automatyczny dobór współczynników  $\eta_i$  podczas kształtowania toru ruchu platformy oraz kontrola bezpieczeństwa zaplanowanego ruchu poprzez automatyczne sprawdzanie wielkości obszaru wymaganego do bezkolizyjnej realizacji przejazdu w środowisku z przeszkodami. Wspomniane problemy mogą stanowić przedmiot przyszłych badań. Rozszerzenie proponowanej strategii ruchu na inne kinematyki robotów mobilnych pozostaje problemem otwartym wymagającym uprzednio wyprowadzenia stabilizatorów VFO dla tych kinematyk.



Rys. 4. Próba symulacyjna S2: tor robota na płaszczyźnie (z lewej) oraz przebiegi pomocniczej zmiennej orientacji (z prawej na górze) i sygnałów sterujących (z prawej na dole)

## LITERATURA

- [1] I. Dulęba. *Metody i algorytmy planowania ruchu robotów mobilnych i manipulacyjnych*. Problemy współczesnej nauki. Teoria i zastosowania. Robotyka. Warszawa, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT 2001.
- [2] M. Michałek. *Sterowanie metodą orientowania pól wektorowych dla podklasy systemów nieholonomicznych*. Praca doktorska, Politechnika Poznańska, Katedra Sterowania i Inżynierii Systemów, Poznań, 2006.
- [3] S. Fleury et al. Primitives for smoothing mobile robot trajectories. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, s. 441–448.
- [4] M. Michałek, K. Kozłowski. Asymptotic stabilization of the unicycle mobile robot: the vector field orientation approach. In: *Proceedings of the 11th IEEE International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics. Proceedings*, Międzyzdroje, 2005, s. 615 – 620.
- [5] J. A. Reeds, L. A. Shepp. Optimal paths for a car that goes both forwards and backwards. *Pacific Journal of Mathematics*, 1990, s. 367–393.
- [6] A. Scheuer, Th. Fraichard. Continuous-curvature path planning for car-like vehicles. In: *Proceedings of the International Conference of Intelligent Robots and Systems. Proceedings*, 1997, s. 997–1003.

### MOTION PLANNING AND ITS REALIZATION USING VFO STABILIZER FEATURES FOR A DIFFERENTIALLY DRIVEN ROBOT

The paper presents a proposition of motion planning and motion control strategy connected with a point-following task, where the motion through the ordered set of points from the initial robot configuration to the final one is expected. Proposed strategy utilizes specific features of the VFO stabilizer presented for the first time in [4]. Details of the motion strategy dedicated for a differentially driven nonholonomic vehicle together with selected simulation results have been presented.