
Strategia śledzenia trajektorii z unikaniem kolizji dla robota mobilnego klasy (2,0)*

Maciej Michalek¹, Wojciech Kowalczyk¹, Krzysztof Kozłowski¹

Streszczenie

Artykuł przedstawia koncepcję sterowania kinematyką robota mobilnego klasy (2,0) dla zadania śledzenia trajektorii z funkcją unikania kolizji z wypukłymi przeszkodami statycznymi. Proponowane sterowanie wynika z modyfikacji oryginalnej metody VFO, która polega na rozszerzeniu definicji tzw. pola zbieżności o ortogonalny składnik zwany wektorem oddziaływania przeszkód. Wprowadzona modyfikacja pola zbieżności pozwala na zachowanie oryginalnej postaci reguły sterowania VFO. Metoda dopuszcza przechodzenie trajektorii referencyjnej przez obszary przeszkód a także nakładanie się obszarów oddziaływania przeszkód sąsiadujących. Efektywność metody zilustrowano wynikami eksperymentów.

1. WPROWADZENIE I POSTAWIENIE PROBLEMU

Śledzenie trajektorii jest jednym z klasycznych zadań sterowania ruchem robotów mobilnych. Odtwarzanie przebiegu trajektorii determinuje zachowanie się pojazdu podczas dojazdu do celu oraz umożliwia realizację płynnego ruchu w przestrzeni zadania. Jednak w przypadku realizacji zadań w środowisku rzeczywistym należy również wziąć pod uwagę możliwość występowania przeszkód na drodze pojazdu, co w konsekwencji prowadzi do konieczności rozwiązania problemu unikania kolizji. Sytuacje kolizyjne pojawiają się wówczas, gdy trajektoria referencyjna przechodzi przez obszary zajęte przez przeszkody, bądź też gdy robot znajduje się w stanie przejściowym realizując dojazd do tej trajektorii. Problem unikania kolizji, także w systemach wielorobotowych, jest od dłuższego już czasu przedmiotem intensywnych prac badawczych w literaturze z zakresu robotyki czy optymalizacji, [7], [4], [3], [11]. Popularnymi sposobami jego rozwiązania jest metoda pól potencjałowych [10] czy też geometryczna koncepcja tzw. stożka kolizji [1], [6].

Niniejsza praca przedstawia alternatywne podejście do problemu śledzenia trajektorii z funkcją unikania kolizji z przeszkodami statycznymi. Proponowana metoda o charakterze geometrycznym, dedykowana dla robota mobilnego o kinematyce (2,0), stanowi rozszerzenie oryginalnego algorytmu VFO przedstawionego ostatnio w [9]. Modyfikacja wersji oryginalnej wynika z definicji tzw. pola zbieżności, w której wprowadza się wektorową składową reprezentującą wypadkowe oddziaływanie pól potencjałowych przeszkód znajdujących się w bezpośrednim otoczeniu robota. Zmodyfikowana wersja sterownika VFO zachowuje wszystkie własności algorytmu oryginalnego w przypadku, gdy robot znajduje się poza obszarami oddziaływania

*Praca finansowana z grantu N N514 406236 (KBN-93/4062/10).

¹Katedra Sterowania i Inżynierii Systemów, Politechnika Poznańska, ul. Piotrowo 3A, 60-965 Poznań, {maciej.michalek/wojciech.kowalczyk/krzysztof.kozlowski}@put.poznan.pl

przeszkód. Wewnątrz obszarów oddziaływania algorytm pozwala na płynne ominięcie przeszkód i zbieżność do trajektorii referencyjnej. Metoda dopuszcza ponadto okazjonalne przechodzenie trajektorii referencyjnej przez obszary zajęte przez przeszkody, a także wzajemne nachodzenie obszarów ich oddziaływania. Szczegółowe określenie poruszanego problemu sterowania jest sformułowane poniżej.

1.1. Sformułowanie problemu sterowania

Obiektem sterowania jest kinematyka robota mobilnego klasy (2,0) reprezentowana następującym systemem bezdryfowym:

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{S}(\mathbf{q})\mathbf{u} = \mathbf{g}_1 u_1 + \mathbf{g}_2(\mathbf{q})u_2 \quad \Rightarrow \quad \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} 0 \\ \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} u_2, \quad (1)$$

w którym $\mathbf{S}(\mathbf{q}) = [\mathbf{g}_1 \ \mathbf{g}_2(\mathbf{q})]$ jest macierzą kinematyki, $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2]^T \in \mathbb{R}^2$ stanowi wektor wejść sterujących (interpretowanych jako prędkość kątowa i postępową platformy), natomiast $\mathbf{q} = [\theta \ \mathbf{q}^{*T}]^T = [\theta \ x \ y]^T \in \mathbb{R}^3$ jest wektorem konfiguracji robota składającym się z kąta orientacji platformy θ oraz współrzędnych (x, y) środka osi kół napędowych (rys. 1). Dana jest także *dopuszczalna*[†] trajektoria referencyjna $\mathbf{q}_t(\tau) = [\theta_t(\tau) \ x_t(\tau) \ y_t(\tau)]^T \in \mathbb{R}^3$ klasy C^2 i spełniająca warunek *ustawicznego pobudzenia* postaci $\forall \tau \geq 0 \ u_{2t}(\tau) \neq 0$, gdzie $u_{2t}(\tau)$ jest referencyjną prędkością postępową wzdłuż trajektorii $\mathbf{q}_t(\tau)$. Błąd odtwarzania trajektorii będzie określony następująco:

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_\theta \\ e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_\theta \\ \mathbf{e}^* \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} f_\theta(\theta_t - \theta) \\ x_t - x \\ y_t - y \end{bmatrix} \in (-\pi, \pi) \times \mathbb{R}^2, \quad (2)$$

gdzie $f_\theta(z) = \text{Atan2}(\sin z, \cos z) : \mathbb{R} \mapsto (-\pi, \pi)$.

Ponadto zakładamy, że w podprzestrzeni pozycji robota $Q^* \subset \mathbb{R}^2$ obecna jest skończona liczba wypukłych obszarów O_i , $i = 1, 2, \dots$ reprezentujących statyczne przeszkody w środowisku robota (rys. 1). Każdy zbiór O_i stanowi tzw. *obszar oddziaływania przeszkody* w postaci koła o promieniu R_i . Wewnątrz obszaru O_i znajduje się wewnątrz \mathcal{W}_i o promieniu r_i , $r_i < R_i$ reprezentujące fizyczne (bądź umowne) granice przeszkody i definiujące jednocześnie *obszar zabroniony*, w którym nie może znaleźć się pozycja robota. Zbiory O_i będą reprezentowane poprzez współrzędne środka obszaru $\mathbf{p}_i = [p_{xi} \ p_{yi}]^T \in \mathbb{R}^2$, promienie R_i , r_i oraz pole potencjałowe V_i zdefiniowane w obszarze $O_i \setminus \mathcal{W}_i$ oraz poza O_i następująco [11]:

$$V_i(d_i) \triangleq \left[\min \left(0, \frac{d_i^2 - R_i^2}{d_i^2 - r_i^2} \right) \right]^2, \quad d_i = \|\mathbf{p}_i - \mathbf{q}^*\|, \quad (3)$$

przy czym $d_i \geq 0$ oznacza bieżącą odległość robota od środka obszaru O_i (por. rys. 1). Zgodnie z interpretacją funkcji (3) wartość potencjału V_i jest równa zero na granicy oraz poza tzw. *obszarem oddziaływania przeszkody* definiowanym przez długość

[†]Czyli spełniająca w każdej chwili równanie (1).

promienia R_i . Zbliżając się do granicy wnętrza \mathcal{W}_i (czyli dla $d_i \rightarrow r_i$) funkcja (3) osiąga wartość nieskończoną (maksymalne potencjalne oddziaływanie przeszkody). Dodatkowo zakładamy, że dowolne dwa obszary O_i oraz O_j ($i \neq j$) są względnie zlokalizowane w taki sposób, że

$$\|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\| > r_i + r_j + b, \quad (4)$$

gdzie $b > 0$ jest całkowitą szerokością robota[‡]. Spełnienie tego warunku daje możliwość przejazdu robotem pomiędzy dowolnymi dwiema przeszkodami reprezentowanymi przez wnętrza \mathcal{W}_i , \mathcal{W}_j , pomimo nachodzenia na siebie obszarów oddziaływania O_i oraz O_j .

Problem rozważany w niniejszym artykule polega na zaproponowaniu reguły sterowania ze sprzężeniem zwrotnym $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{q}_t, \mathbf{q}, V_i(d_i), \cdot)$, która zastosowana do systemu (1) zapewni, że dla $\mathbf{q}(0) \notin \mathcal{W} = \cup_i \mathcal{W}_i$ oraz trajektorii pozycji $\mathbf{q}_t^* = [x_t \ y_t]^T$ nie zawartej w całości w zbiorze $O = \cup_i O_i$ zachodzi:

- W1. $\mathbf{e}(\tau) \rightarrow \mathbf{0}$, gdy $\mathbf{q}_t^*(\tau) \notin O = \cup_i O_i$,
- W2. $\forall \tau \geq 0 \ \mathbf{q}^*(\tau) \notin \mathcal{W} = \cup_i \mathcal{W}_i$.

Warunek W1 wyraża zdolność układu zamkniętego do śledzenia trajektorii referencyjnej w przypadku, gdy trajektoria ta znajduje się poza obszarem oddziaływania przeszkód. W2 natomiast oznacza warunek ruchu bezkolizyjnego.

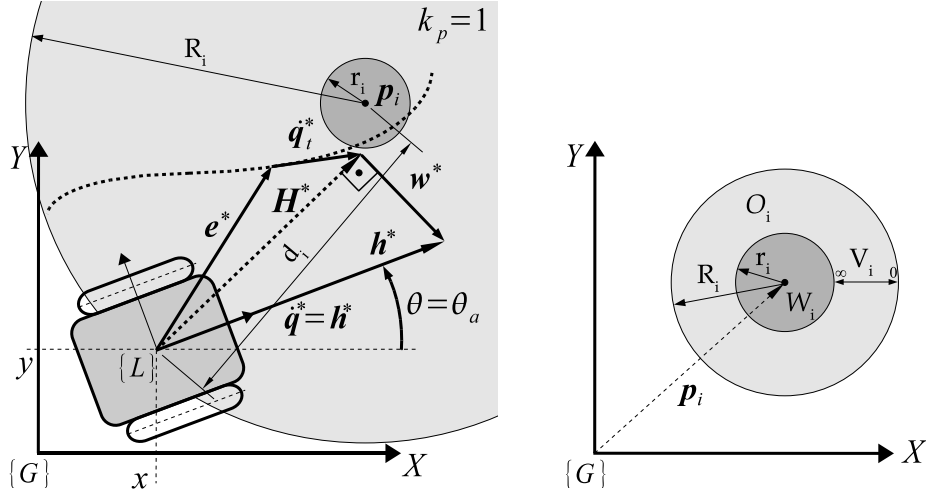
Zwróćmy uwagę, iż określone wyżej zadanie dopuszcza incydentalne przechodzenie trajektorii pozycji \mathbf{q}_t^* przez obszary O_i a nawet \mathcal{W}_i , co znacznie upraszcza etap planowania ruchu zwalniając projektanta z poszukiwania ścieżki bezkolizyjnej. Bezkolizyjność ruchu robota powinna tutaj wynikać z działania zaproponowanego sterownika w zamkniętym układzie sterowania. Propozycja rozwiązania tak postawionego problemu jest przedmiotem kolejnego rozdziału.

2. STRATEGIA STEROWANIA Z UNIKANIEM KOLIZJI

Proponowana koncepcja sterowania z unikaniem kolizji wynika z rozszerzenia podstawowej metody sterowania VFO dla zadania śledzenia trajektorii zaprezentowanej ostatnio w [9]. Rozszerzenie polega na modyfikacji definicji tzw. pola wektorowego zbieżności $\mathbf{h}(\mathbf{q}_t, \mathbf{q}, \cdot) \in \mathbb{R}^3$, które w każdym punkcie \mathbf{q} przestrzeni stanu definiuje pożądaną kierunek i orientację ewolucji systemu (1) tak, aby zapewnić zbieżność do trajektorii referencyjnej jak również pozwolić na płynne ominięcie przeszkód znajdujących się w otoczeniu robota. Z założenia zatem pole to musi uwzględniać położenie oraz aktualne oddziaływanie pól potencjałowych poszczególnych przeszkód. Proponuje się następującą definicję pola zbieżności dla postawionego zadania:

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} h_\theta \\ h_x \\ h_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_\theta \\ \mathbf{h}^* \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} k_1 e_a + \dot{\theta}_a \\ \mathbf{H}^* + \mathbf{w}^* \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3, \quad k_1 > 0, \quad (5)$$

[‡]W przypadku teoretycznym, traktując robota jako obiekt punktowy, możemy przyjąć $b := 0$.



Rys. 1. Strategia sterowania VFO z unikaniem kolizji – lewy (zależności wektorowe dla przypadku $k_p = 1$); ilustracja obszarów i parametrów definiujących przeszkodę – prawy

gdzie

$$\mathbf{H}^* \triangleq k_p \mathbf{e}^* + \dot{\mathbf{q}}_i^* = \begin{bmatrix} k_p e_x + \dot{x}_i \\ k_p e_y + \dot{y}_i \end{bmatrix}, \quad k_p > 0, \quad (6)$$

jest składnikiem odpowiedzialnym za zbieżność do a następnie ruch wzdłuż trajektorii referencyjnej, natomiast

$$\mathbf{w}^* = \sum_i \mathbf{w}_i^*, \quad \mathbf{w}_i^* \triangleq \sigma_i V_i(d_i) \mathbf{R} \mathbf{H}^*, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

jest tzw. *wektorem oddziaływania* stanowiąc dodatkowy składnik pozwalający na płynne omijanie przeszkód. W równaniu (7) funkcja $V_i(d_i)$ wynika ze wzoru (3), a zmienna decyzyjna $\sigma_i \in \{-1, +1\}$ jest odpowiedzialna za wybór strategii omijania i -tej przeszkody – omijanie z prawej lub z lewej strony. Wybór strategii omijania może wynikać z dowolnego procesu decyzyjnego – istnieje tutaj duża swoboda wyboru. Proponujemy następującą regułę wyboru tej strategii:

$$\sigma_i \triangleq \begin{cases} +1 & \text{gdym } \beta_i \geq 0 \\ -1 & \text{gdym } \beta_i < 0 \end{cases}, \quad (8)$$

gdzie

$$\beta_i = \text{Arg}(\mathbf{p}_i^L) = \text{Atan2}(p_{yi}^L, p_{xi}^L), \quad \begin{bmatrix} p_{xi}^L \\ p_{yi}^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{xi} \\ p_{yi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

przy czym $\text{Atan2}(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mapsto (-\pi, \pi]$, natomiast $\mathbf{p}_i^L = [p_{xi}^L, p_{yi}^L]^T$ jest wektorem pozycji przeszkody O_i wyrażonym w układzie lokalnym robota.

Pierwszy element pola \mathbf{h} ze wzoru (5) jest kombinacją liniową tzw. pomocniczego błędu orientowania e_a oraz składnika wyprzedzającego $\dot{\theta}_a$. Poszczególne elementy są określone jak następuje:

$$e_a = (\theta_a - \theta) \in \mathbb{R}, \quad (10)$$

gdzie pomocnicza zmienna orientująca (określająca żadaną orientację robota determinowaną bieżącym wektorem zbieżności) ma postać:

$$\theta_a \stackrel{\Delta}{=} \text{Arg}(\kappa \mathbf{h}^*) = \text{Atan2c}(\kappa h_y, \kappa h_x) \in \mathbb{R}, \quad \kappa \stackrel{\Delta}{=} \text{sgn}(u_{2t}) \in \{-1, 1\}, \quad (11)$$

przy czym $\text{Atan2c}(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ jest ciągłą wersją czteroćwiartkowej funkcji $\text{Atan2}(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mapsto (-\pi, \pi]$, natomiast zmienna κ decyduje o strategii ruchu robota: ruch przodem (gdy $\kappa = +1$) lub ruch tyłem (gdy $\kappa = -1$). Składnik wyprzedzający $\dot{\theta}_a$ jest pochodną po czasie wyrażenia (11) i przyjmuje następującą postać:

$$\dot{\theta}_a = \frac{\dot{h}_y h_x - \dot{h}_x h_y}{h_x^2 + h_y^2}, \quad \text{dla } h_x^2 + h_y^2 \neq 0. \quad (12)$$

Parametry k_1 i k_p wykorzystane w definicjach (5) i (6) należy traktować jako współczynniki projektowe sterownika pozwalające na kształtowanie stanów przejściowych w układzie sterowania.

Wprowadzenie powyższych definicji, a w szczególności modyfikacja pola \mathbf{h} , pozwalają na przytoczenie oryginalnej struktury sterownika VFO przedstawionego ostatnio w [9]. Równania reguły sterowania VFO, znajdujące zastosowanie także w rozważanym problemie, są następujące:

$$u_1 \stackrel{\Delta}{=} h_1 = k_1 e_a + \dot{\theta}_a, \quad u_2 \stackrel{\Delta}{=} \mathbf{h}^T \mathbf{g}_2(\mathbf{q}), \quad (13)$$

gdzie $\mathbf{g}_2(\mathbf{q})$ jest drugim polem wektorowym kinematyki (1).

Można podać prostą interpretację geometryczną równań (13) i wynikowej strategii sterowania VFO. Skoro pole \mathbf{h} , posiadające charakter prędkości uogólnionej, definiuje bieżący kierunek i orientację bezkolizyjnego dojazdu robota do trajektorii referencyjnej, to naturalną strategią sterowania jest odtworzenie bieżącego wektora $\mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_t, \cdot)$ w sensie jego kierunku, orientacji (uwzględniającej zwrot) oraz normy: $(\dot{\mathbf{q}}(\tau) - \mathbf{h}(\mathbf{q}, \mathbf{q}_t, \cdot)) \rightarrow \mathbf{0}$. Wykorzystanie ostatniej relacji oraz równań (1) i (5) wraz z heurystyczną koncepcją *popychania ostrożnego* prowadzi do reguły sterowania VFO danej wzorami (13) – czytelnika zainteresowanego szczegółami wyprowadzenia odsyłamy do pracy [9] – w którym wejście u_1 jest odpowiedzialne za realizację kierunku pola \mathbf{h} (sterowanie orientujące), natomiast wejście u_2 *popycha* podwektor pozycji \mathbf{q}^* wzdłuż pola $\mathbf{g}_2(\mathbf{q})$ z żadaną strategią (przodem/tyłem). Koncepcja popychania ostrożnego wynika z faktu, że amplituda sygnału u_2 jest proporcjonalna do chwilowego ortogonalnego rzutu \mathbf{h} na aktualny kierunek pola $\mathbf{g}_2(\mathbf{q})$. Zwróćmy uwagę, iż dla $e_a = 0$ otrzymujemy $\theta = \theta_a$, $\dot{\theta} = u_1 = \dot{\theta}_a$ oraz $u_2 = \kappa \|\mathbf{h}^*\|$ i tym samym $\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{h}$, czyli ewolucję systemu (1) wzdłuż pola \mathbf{h} (warunek bezkolizyjnej zbieżności do trajektorii referencyjnej). Specyficzna konstrukcja pola \mathbf{h} gwarantuje, że w otoczeniu trajektorii $\mathbf{q}_t^* \notin \mathcal{O}$

(czyli gdy $\mathbf{e}^* \rightarrow \mathbf{0}$), również orientacja pojazdu zbiega do sygnału θ_t (przynajmniej modulo 2π).

Powyższe interpretacje charakteryzują metodę VFO niezależnie od szczególnej postaci rozważanego pola zbieżności \mathbf{h} . Jednakże konstrukcja pola zaproponowana w (5) ma w rozważanym przypadku kluczowe znaczenie dla zadania realizacji ruchu z unikaniem kolizji. Element \mathbf{w}^* wprowadzony w (5) i zdefiniowany w (7) jest wypadkowym wektorem oddziaływania wszystkich przeszkód, w których obszarze oddziaływania znajduje się aktualnie robot. Norma tego wektora wynika z kombinacji wartości funkcji potencjałowych $V_i(d_i)$ wszystkich przeszkód aktualnie działających na robota. Zwróćmy uwagę, że w przypadku gdy robot znajduje się poza obszarami oddziaływania przeszkód mamy $\mathbf{w}^* \equiv \mathbf{0}$ oraz $\mathbf{h}^* \equiv \mathbf{H}^*$ i strategia sterowania przechodzi w oryginalną metodę VFO przedstawioną w [9]. Istotną cechą definicji (7) jest ortogonalność wektora \mathbf{w}^* do bieżącego kierunku definiowanego wektorem \mathbf{h} (analogicznie jak w przypadku koncepcji *sił żyroskopowych* stosowanych np. w [2] czy [3]). Ortogonalność i postać wektora oddziaływania gwarantuje, iż kombinacja liniowa $\mathbf{h}^* = \mathbf{H}^* + \mathbf{w}^*$ może zdegenerować się do zera tylko, gdy $\mathbf{H}^* = \mathbf{0}$, co odpowiada sytuacji, w której $\mathbf{e}^* = -(1/k_p)\dot{\mathbf{q}}_t^*$. Ostatnie równanie definiuje zbiór punktów nieciągłości algorytmu VFO (identycznie jak dla metody oryginalnej [9]), który jest nieprzyciągający. Osiągnięcie punktu nieciągłości jest teoretycznie możliwe tylko w stanach przejściowych, jednak nie jest to punkt utknięcia algorytmu a punkt nieokreśloności definicji (11) i pochodnej (12). Wprowadzenie zatem dodatkowych definicji $\theta_a(\tau) := \theta_a(\tau^-)$ oraz $\hat{\theta}_a(\tau) := 0$ dla $\|\mathbf{h}^*(\tau)\| \leq \mu$, $\mu \in (0, \inf_{\tau} |u_{2t}(\tau)|)$ pozwala na przejście przez zbiór nieciągłości (lub w jego pobliżu) z zachowaniem zbieżności w kierunku trajektorii referencyjnej, [9].

Należy wspomnieć, iż proponowana wyżej koncepcja omijania przeszkód jest bardzo podobna do metody opublikowanej ostatnio w [5], choć została opracowana zupełnie niezależnie od niej w świetle oryginalnej strategii sterowania VFO.

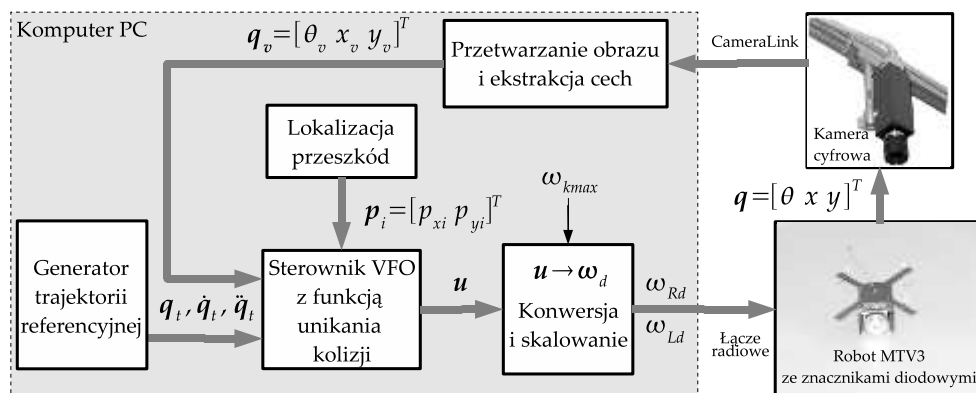
3. WYNIKI EKSPERYMENTÓW

W celu zilustrowania efektywności przedstawionej strategii sterowania przeprowadzono próby eksperymentalne dla dwóch przykładowych scenariuszy ruchu E1 (z dwiema przeszkodami) oraz E2 (z trzema przeszkodami). Podczas testów zastosowano regułę sterowania (13) z dodatkową procedurą skalowania [9]:

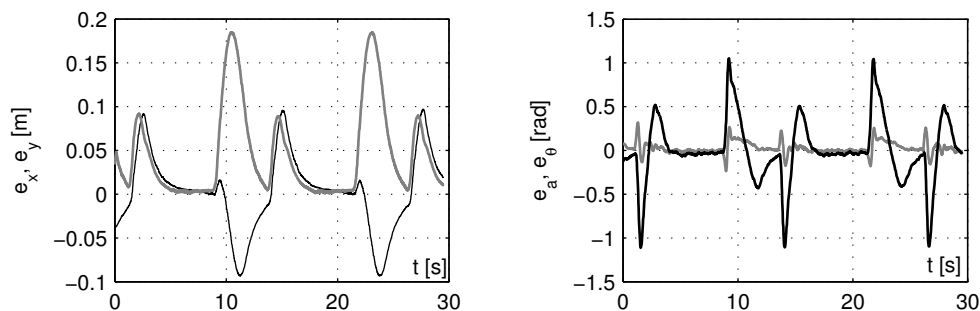
$$\mathbf{u}_s = \frac{1}{s} \mathbf{u}, \quad s \triangleq \max \left\{ 1; \frac{|\omega_{Pc}|}{\omega_{kmax}}, \frac{|\omega_{Lc}|}{\omega_{kmax}} \right\}, \quad \begin{bmatrix} \omega_{Pc} \\ \omega_{Lc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{b}{2} & 1 \\ -\frac{b}{2} & 1 \end{bmatrix} \frac{\mathbf{u}}{r} \quad (14)$$

przy czym ω_{kmax} jest maksymalną dopuszczalną prędkością kątową koła, b i r to, odpowiednio, rozstaw oraz promień kół, natomiast $\mathbf{u}_s = [u_{1s} \ u_{2s}]^T$ jest fizycznie realizowalnym sterowaniem przeskalowanym uwzględniającym praktyczne ograniczenia: $\forall_{\tau \geq 0} |\omega_P(\tau)| \leq \omega_{kmax}$, $|\omega_L(\tau)| \leq \omega_{kmax}$, gdzie $\omega_P(\tau)$ i $\omega_L(\tau)$ są aktualnymi prędkościami kół robota.

Dla obu scenariuszy przyjęto kołową trajektorię referencyjną okazjonalnie przechodzącą przez obszary O_i , a także wnętrza \mathcal{W}_i przy czym: $x_t(\tau) = 0.3 \cos(0.5\tau)$,



Rys. 2. Schemat systemu sterowania zrealizowanego na stanowisku eksperymentalnym



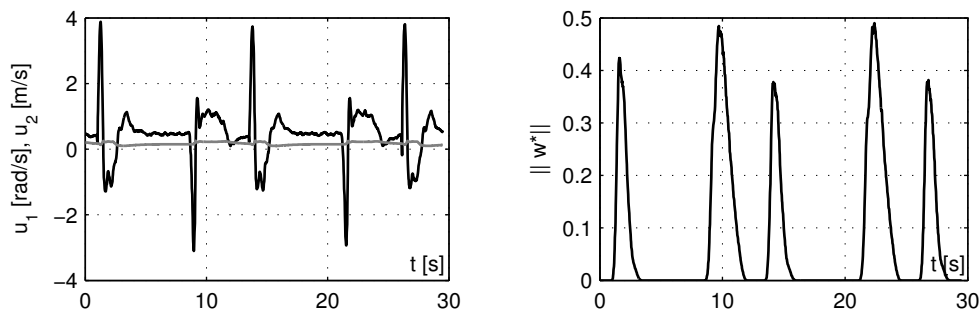
Rys. 3. Scenariusz E1 – przebiegi uchybów pozycji (lewy): e_x (czarny), e_y (szary) oraz uchybów orientacji (prawy): e_θ (czarny), e_α (szary)

$y_x(\tau) = 0.3 \sin(0.5\tau)$. Wybrano wartości parametrów sterownika jako: $k_1 = 2$, $k_p = 1$, $\omega_{kmax} = 10$ rad/s. Pozycję i parametry przeszkód zdefiniowano następująco:

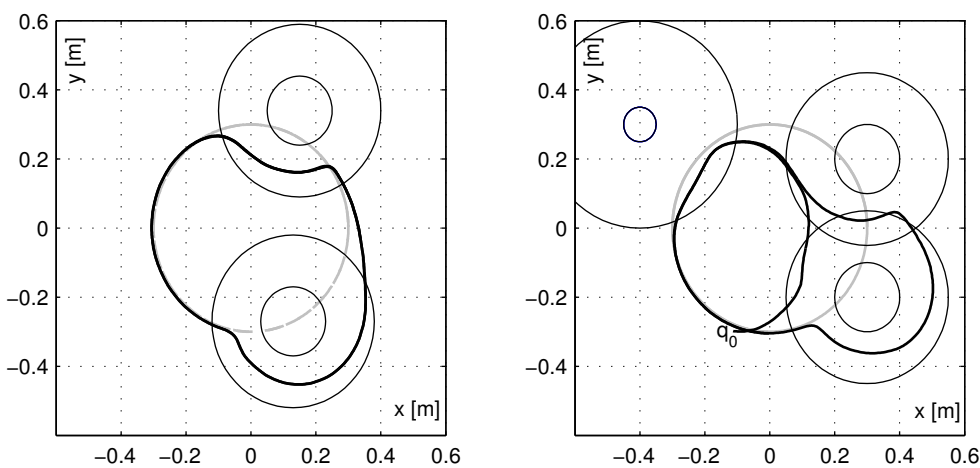
$$\begin{aligned} \text{E1: } & \mathbf{p}_1 = [0.13 \ -0.27]^T, \mathbf{p}_2 = [0.15 \ 0.34]^T, r_1 = r_2 = 0.1 \text{ m}, R_1 = R_2 = 0.25 \text{ m}, \\ \text{E2: } & \mathbf{p}_1 = [0.3 \ -0.2]^T, \mathbf{p}_2 = [0.3 \ 0.2]^T, \mathbf{p}_3 = [-0.4 \ 0.3]^T, r_1 = r_2 = 0.1 \text{ m}, R_1 = \\ & R_2 = 0.25 \text{ m}, r_3 = 0.05 \text{ m}, R_3 = 0.3 \text{ m}. \end{aligned}$$

Podczas testów wykorzystano stanowisko z robotem mobilnym MTV3 wyposażonym w znaczniki diodowe oraz systemem wizyjnym pozwalającym na realizację sprzężenia zwrotnego od zmiennych konfiguracyjnych pojazdu [8] – schemat blokowy systemu sterowania przedstawia rys. 2. Wyniki eksperymentów przedstawiają rys. 3-7.

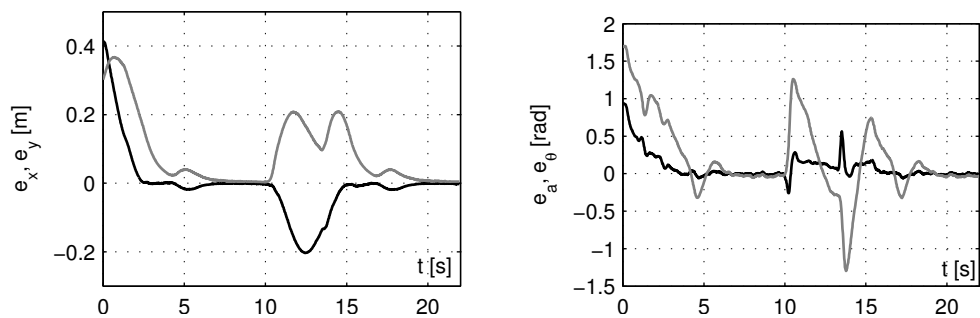
Scenariusz E1 (rys. 3-5) ilustruje sposób śledzenia trajektorii w obecności dwóch przeszkód, których obszary oddziaływania nie nachodzą na siebie ($O_1 \cap O_2 = \emptyset$). Rysunek 5 (strona lewa) ukazuje omijanie przeszkód w obu strategiach – raz z prawej raz z lewej strony przeszkody – jako efekt algorytmu danego równaniami (8)-(9). Warto zwrócić uwagę na względną płynność ruchu robota podczas manewrów omijania, a także na zbieżność błędów śledzenia, gdy robot i trajektoria referencyj-



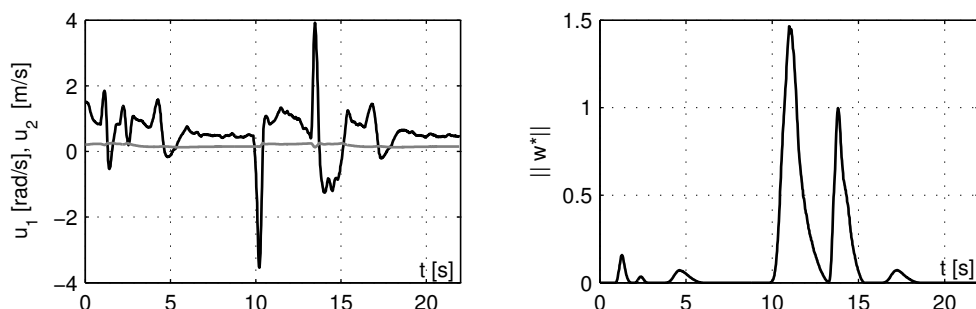
Rys. 4. Scenariusz E1 – przebiegi sygnałów sterujących (lewy): u_1 (czarny), u_2 (szary) oraz normy wektora w^* (prawy)



Rys. 5. Trajektoria referencyjna (szary) oraz trajektoria robota (czarny) w obecności przeszkód statycznych: dla scenariusza E1 (lewy) oraz dla scenariusza E2 (prawy)



Rys. 6. Scenariusz E2: – przebiegi uchybów pozycji (lewy): e_x (czarny), e_y (szary) oraz uchybów orientacji (prawy): e_θ (czarny), e_a (szary)



Rys. 7. Scenariusz E2 – przebiegi sygnałów sterujących (lewy): u_1 (czarny), u_2 (szary) oraz normy wektora w^* (prawy)

na znajdują się poza obszarem $O_1 \cup O_2$. Intensywność działania odpychającego poszczególnych przeszkód ilustruje rys. 4 przedstawiając przebieg normy składnika w^* definiowanego równaniem (7).

Scenariusz E2 (rys. 5-7) umożliwia analizę przypadku, w którym obszary dwóch sąsiadujących ze sobą przeszkód O_1 i O_2 nachodzą na siebie. Warto ponownie podkreślić stosunkową płynność ruchu pojazdu oraz zdolność do nieoscylacyjnego ominięcia przeszkód O_1 i O_2 z przejazdem pomiędzy nimi w bezpiecznej odległości (lub obok nich jak w przypadku pierwszego przejazdu poczynając od zaznaczonego warunku początkowego q_0). Zbieżność do trajektorii referencyjnej jest możliwa ponownie tylko poza obszarem $O_1 \cup O_2 \cup O_3$. Wprowadzenie trzeciej przeszkody o innej proporcji promieni obszarów O_3 i \mathcal{W}_3 pozwala przedstawić wpływ tej proporcji na intensywność oddziaływania przeszkody, co bezpośrednio widać na przebiegu normy wektora w^* na rys. 7.

Na koniec warto jeszcze wskazać efekt przyspieszania robota podczas manewrów omijania przeszkód pozwalający, po zakończeniu manewru, szybciej dogonić trajektorię referencyjną. Efekt ten charakteryzują lokalne wzrosty prędkości postępowej pojazdu, które można zauważyć analizując przebiegi z rysunków 4 oraz 7.

4. PODSUMOWANIE

W artykule przedstawiono strategię sterowania VFO dla zadania śledzenia trajektorii w środowisku kolizyjnym z przeszkodami statycznymi. Modyfikacja oryginalnej metody VFO polegała na wprowadzeniu dodatkowego składnika do definicji tzw. pola zbieżności, który reprezentuje efekt oddziaływania przeszkód znajdujących się w bezpośrednim otoczeniu pojazdu. Zaproponowana modyfikacja pozwoliła na realizację ruchu robota z funkcją unikania kolizji także w przypadku, gdy trajektoria referencyjna przechodzi przez obszary działania przeszkód oraz w sytuacji wzajemnego nakładania się obszarów oddziaływania przeszkód. Efektywność metody zilustrowano wynikami eksperymentów przeprowadzonych na stanowisku z dwukołowym robotem mobilnym i systemem wizyjnym realizującym sprzężenie zwrotne. Formalna analiza zaproponowanego podejścia z punktu widzenia zbieżności błędu konfigura-

cji oraz gwarancji uniknięcia kolizji, a także rozszerzenie zadania o kwestię omijania przeszkód dynamicznych stanowią cel przyszłych badań. Zastosowanie metodyki VFO do robotów o kinematyce samochodowej, a także do pojazdów z przyczepami jest aktualnie przedmiotem prac autorów.

LITERATURA

- [1] A. Chakravarthy, D. Ghose. Obstacle avoidance in a dynamic environment: a collision cone approach. *IEEE Trans. on Systems, Man, And Cybernetics – Part A: Systems and Humans*, 1998, wolumen 28, numer 5, s. 562–574.
- [2] D. E. Chang, J. E. Marsden. Gyroscopic forces and collision avoidance with convex obstacles. In: *New Trends in Nonlinear Dynamics and Control and their Applications*, wolumen 295 serii *LNCIS*, s. 145–159. Springer 2004.
- [3] D. E. Chang et al. Collision avoidance for multiple agent systems. In: 42nd IEEE Conf. on Decision and Control. *Proceedings*, Maui, USA, 2003, s. 539–543.
- [4] C. De La Cruz, R. Carelli. Dynamic model based formation control and obstacle avoidance of multi-robot systems. *Robotica*, 2008, wolumen 26, s. 345–356.
- [5] G. Klancar, D. Matko, S. Blazic. Wheeled mobile robots control in a linear platoon. *J. of Intell. and Robotic Systems*, 2009, wolumen 54, s. 709–731.
- [6] E. Lalish, K. A. Morgansen, T. Tsukamaki. Decentralized reactive collision avoidance for multiple unicycle-type vehicles. In: 2008 American Control Conference. *Proceedings*, Seattle, USA, 2008, s. 5055–5061.
- [7] G. Leitmann. Guaranteed avoidance strategies. *J. of Optim. Theory and Applications*, 1980, wolumen 32, numer 4, s. 569–576.
- [8] M. Michałek et al. Trajectory tracking for a mobile robot with skid-slip compensation in the Vector-Field-Orientation control system. *Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.*, 2009, wolumen 19, numer 4, s. 547–559.
- [9] M. Michałek, K. Kozłowski. Vector-Field-Orientation feedback control method for a differentially driven vehicle. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 2010, wolumen 18, numer 1, s. 45–65.
- [10] E. Rimon, D. E. Koditschek. Exact robot navigation using artificial potential functions. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 1992, wolumen 8, numer 5, s. 501–518.
- [11] D. M. Stipanovic et al. Cooperative avoidance control for multiagent systems. *ASME J. of Dyn. Systems, Meas., and Control*, 2007, wolumen 129, s. 699–707.

TRAJECTORY TRACKING STRATEGY WITH COLLISION AVOIDANCE FOR A (2,0)-TYPE MOBILE ROBOT

The paper presents a control strategy for a (2,0)-type mobile robot for a trajectory tracking task with static obstacles collision avoidance. The concept is a modified version of the original VFO (Vector-Field-Orientation) control algorithm with an additional orthogonal vector component – obstacle interaction vector – included in a definition of so-called *convergence vector field*. Modification included in the convergence vector field preserves the original definition of the VFO control law. The method admits time-evolution of a reference trajectory through obstacle areas. Overlapping of obstacle interaction areas is also permitted. Experimental results illustrate effectiveness of the method.