

---

# Eksperymentalna weryfikacja jakości sterowania VFO w obecności poślizgu dla pojazdu z napędem różnicowym

Maciej Michałek<sup>1</sup>, Piotr Dutkiewicz<sup>1</sup>,  
Marcin Kiełczewski<sup>1</sup>, Dariusz Pazderski<sup>1</sup>

---

## Streszczenie

Artykuł poświęcony jest eksperymentalnej weryfikacji jakości sterowania metodą VFO (zaproponowanej w pracy [3]) w obecności i z kompensacją wpływu poślizgu występującego podczas realizacji zadania śledzenia trajektorii przez dwukołowy pojazd z napędem różnicowym. W pracy przypomniano strategię sterowania VFO z kompensatorem poślizgu, omówiono praktyczną implementację estymatora prędkości poślizgu z wykorzystaniem filtru Kalmana oraz przedstawiono wyniki praktycznej realizacji zadania śledzenia trajektorii kołowej na stanowisku eksperymentalnym z wizyjnym sprzężeniem zwrotnym.

## 1. WPROWADZENIE

W rzeczywistych warunkach ruchu pojazdów kołowych równania więzów nieholonomicznych wynikające z założenia braku poślizgu kół nie zawsze są spełnione. W wielu przypadkach zjawisko poślizgu ma charakter chwilowy i jest na tyle ograniczone, iż można je pominąć w procesie modelowania systemu. W takim przypadku negatywny wpływ poślizgu można traktować jako efekt oddziaływania zewnętrznego zanikającego zakłócenia, a kwestię ograniczenia wpływu tego zakłócenia pozostawić zamkniętemu układowi sterowania. Są jednak sytuacje, w których poślizg ujawnia się bardzo intensywnie i ma charakter długotrwały znacząco pogarszając jakość realizacji lub wręcz uniemożliwiając realizację zadania ruchu. W odniesieniu do efektu poślizgu poprzecznego można podać dwie podstawowe sytuacje tego typu. Jedną z nich jest ruch realizowany wzdłuż stromego i śliskiego zbocza, gdzie poślizg poprzeczny można potraktować jak oddziaływanie stałego zakłócenia przy wyrażeniu go w ustalonym (globalnym) układzie odniesienia. Takie warunki ruchu można spotkać najczęściej w aplikacjach rolniczych na terenach górskich. Drugą sytuacją związaną z występowaniem poślizgu jest ruch z dużą prędkością wzdłuż toru o dużej krzywiznie, gdzie z kolei poślizg poprzeczny możemy traktować jako stałe zakłócenie przy wyrażeniu go w lokalnym układzie pojazdu (częściowa utrata przyczepności poprzecznej spowodowana zbyt dużym przyspieszeniem odśrodkowym). Znane praktyczne przypadki, w których występuje konieczność eliminacji wpływu tego typu poślizgu to prace polowe pojazdem kołowym na płaskim lecz grząskim i śliskim gruncie [2] (prace

---

<sup>1</sup>Katedra Sterowania i Inżynierii Systemów, Politechnika Poznańska, Piotrowo 3a, 60-965 Poznań, {imie.nazwisko}@put.poznan.pl

te zwykle wymagają wielu nawrotów o dużej krzywiźnie), zmiana warunków przyczepności przy ruchu na zakręcie w takich zadaniach jak jazda rajdowa lub samochodowy pościg policyjny. Oprócz poślizgu poprzecznego zwykle jednocześnie występuje także poślizg wzdłużny kół, który w skrajnych warunkach całkowitej utraty przyczepności czyni pojazd praktycznie niesterowalnym. W ograniczonym zakresie jednak występowanie poślizgu wzdłużnego nie eliminuje możliwości kontrolowania trajektorii ruchu i pozwala na (przynajmniej częściowe) ograniczenie wpływu poślizgu poprzecznego. Można stwierdzić, iż autonomizacja ruchu pojazdów w warunkach ograniczonej przyczepności kół do podłoża wymaga uwzględnienia efektu poślizgu w projektowanym układzie sterowania w celu ograniczenia jego wpływu, by ostatecznie zwiększyć bezpieczeństwo oraz poprawić jakość realizacji zadania. Ciekawą pracą z zakresu kompensacji wpływu poślizgu dedykowaną dla kinematyki samochodowej w zastosowaniach rolniczych jest [2].

Niniejszy artykuł prezentuje wyniki eksperymentalne ilustrujące uzyskaną jakość sterowania ze sterownikiem VFO<sup>†</sup> w obecności zjawiska poślizgu i z kompensacją wpływu tego zjawiska dla zadania śledzenia trajektorii pozycji pojazdu dwukołowego z napędem różnicowym. Prezentowane wyniki mają na celu wstępną weryfikację proponowanej strategii sterowania VFO przedstawionej w pracy [3].

## 2. POJĘCIE POŚLIZGU I ZDEFINIOWANIE ZADANIA

### 2.1. Określenie pojęcia poślizgu

Podejście do sterowania i modelowania efektu poślizgu proponowane w [3] wynika z analizy kinematycznej obiektu sterowania oraz bezpośredniego skutku zjawiska poślizgu, jakim jest dodatkowy składowy wektor prędkości platformy pojazdu. W rozważaniach na poziomie kinematyki nie interesują nas przyczyny pojawiania się poślizgu związane z naruszeniem równowagi sił na styku koło-podłoże, a jedynie bezpośredni skutek tego efektu nazywany dalej *prędkością poślizgu*. Kinematyczny model robota z napędem różnicowym<sup>‡</sup> poruszającego się po płaszczyźnie w warunkach występowania poślizgu można zatem zapisać następująco (por. rys. 1):

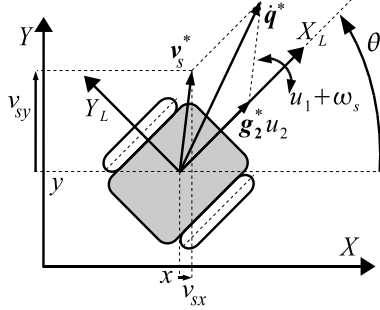
$$\dot{\mathbf{q}} \triangleq [\mathbf{g}_1 \quad \mathbf{g}_2(\mathbf{q})] \mathbf{u} + \mathbf{v}_s = \mathbf{v}_N(\mathbf{q}, \mathbf{u}) + \mathbf{v}_s, \quad (1)$$

gdzie  $\mathbf{q} = [\theta \ x \ y]^T \in \mathbb{R}^3$  jest wektorem stanu robota (jako odpowiednio: kąt orientacji oraz współrzędne pozycji platformy w globalnym układzie odniesienia),  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{\theta} \ \dot{x} \ \dot{y}]^T \in \mathbb{R}^3$ ,  $\mathbf{g}_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\mathbf{g}_2(\mathbf{q}) = [0 \ \cos\theta \ \sin\theta]^T$ ,  $\mathbf{u} = [u_1 \ u_2] \in \mathbb{R}^2$  jest wektorem sygnałów sterujących,  $\mathbf{v}_N(\mathbf{q}, \mathbf{u}) = \mathbf{g}_1 u_1 + \mathbf{g}_2(\mathbf{q}) u_2 \in \mathbb{R}^3$  jest wektorem nominalnej prędkości platformy<sup>§</sup>,  $\mathbf{v}_s = [\omega_s \ \mathbf{v}_s^{*T}]^T \in \mathbb{R}^3$  jest prędkością poślizgu wyrażoną w globalnym układzie współrzędnych,  $\mathbf{v}_s^* = [v_{sx} \ v_{sy}]^T \in \mathbb{R}^2$  jest postępową prędkością poślizgu, a  $\omega_s \in \mathbb{R}$  stanowi kątową prędkość poślizgu. Wypadkowy wektor  $\mathbf{v}_s = [\omega_s \ \mathbf{v}_s^{*T}]^T$

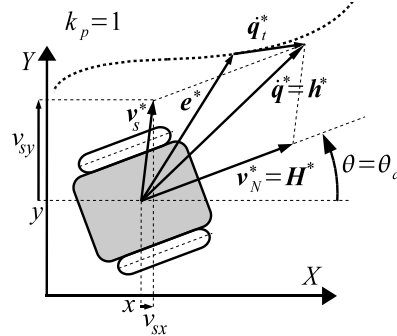
<sup>†</sup>Skrót VFO pochodzi od słów z j. ang. *Vector Field(s) Orientation*.

<sup>‡</sup>Sprowadzonego do równań robota jednokołowego.

<sup>§</sup>Czyli wektorem prędkości przy braku poślizgu.



**Rys. 1.** Schemat pojazdu z napędem różnicowym poruszającego się w obecności poślizgu (oznaczenia:  $\dot{\mathbf{q}}^* = [\dot{x} \ \dot{y}]^T$ ,  $\mathbf{g}_2^* = [\cos \theta \ \sin \theta]^T$ )



**Rys. 2.** Strategia sterowania VFO z kompensacją poślizgu w przypadku, gdy  $\mathbf{v}_N^* = \mathbf{H}^*$  oraz  $\dot{\mathbf{v}}_s^* \equiv \dot{\mathbf{v}}_s^*$  (na rysunku przyjęto  $k_p = 1$ )

może wynikać zarówno z występowania poślizgu poprzecznego, poślizgu wzdłużnego jak również z innych efektów nieuwzględnionych w modelu kinematycznym (np. dynamika platformy i napędów robota). W dalszym ciągu *poślizg* będziemy traktować właśnie w taki sposób, czyli jako sumę wszystkich efektów skutkujących zaburzeniem nominalnego wektora prędkości  $\mathbf{v}_N(\mathbf{q}, \mathbf{u})$ .

## 2.2. Zadanie sterowania

Określmy zadanie sterowania za pracą [3]. Przyjmijmy, że dana jest trajektoria referencyjna  $\mathbf{q}_t = [\theta_t(\tau) \ x_t(\tau) \ y_t(\tau)]^T \in \mathbb{R}^3$  spełniająca równania modelu (1) dla przypadku nominalnego ( $\mathbf{v}_s \equiv \mathbf{0}$ ) i odpowiadająca pewnym przebiegom sterowań referencyjnych  $u_{1t}(\tau), u_{2t}(\tau) \in \mathbb{R}$  takich, że  $\forall \tau \geq 0 \ u_{2t}(\tau) \neq 0$ . Zadanie sterowania polega na sprawozdaniu błędów pozycji  $e_x(\tau) = x_t(\tau) - x(\tau)$ ,  $e_y(\tau) = y_t(\tau) - y(\tau)$  do zera przy ograniczonym błędzie orientacji  $e_\theta(\tau) = \theta_t(\tau) - \theta(\tau) \in \mathcal{L}_\infty$  w warunkach, gdy na obiekt nominalny z (1) działa niezerowy wektor prędkości poślizgu  $\mathbf{v}_s$  taki, że:  $\omega_s, \mathbf{v}_s^* \in \mathcal{L}_\infty$  oraz  $\dot{\mathbf{v}}_s^* \in \mathcal{L}_\infty$ .

Układ sterowania realizujący wyżej zdefiniowane zadanie<sup>¶</sup> zaproponowano oraz zweryfikowano symulacyjnie w pracy [3]. Poniżej przytaczamy podstawowe informacje dotyczące prawa sterowania VFO z kompensacją wpływu poślizgu.

## 3. STEROWANIE VFO Z KOMPENSACJĄ POŚLIZGU

Prawo sterowania VFO z kompensacją wpływu poślizgu  $\mathbf{v}_s$  definiują równania:

$$u_1 \triangleq k_1 e_a + \dot{\theta}_a - \hat{\omega}_s, \quad u_2 \triangleq H_2 \cos \theta + H_3 \sin \theta, \quad (2)$$

<sup>¶</sup>Ścisłej, w pracy [3] rozważono sytuację, gdzie  $\omega_s \equiv 0$ . Przyjęcie warunku  $\omega_s \neq 0$  nie stanowi jednak poważnej trudności i wymaga niewielkiej modyfikacji sterownika, co zostanie pokazane w rozdziale 3.

przy czym  $k_1 > 0$  jest jednym z parametrów projektowych sterownika, a poszczególne sygnały określone są jak następuje:

$$e_a \triangleq \theta_a - \theta \quad (3)$$

$$\theta_a \triangleq \text{Atan2c}(H_3 \text{sgn}(u_{2t}), H_2 \text{sgn}(u_{2t})) \in \mathbb{R} \quad (4)$$

$$\dot{\theta}_a \triangleq (\dot{H}_3 H_2 - H_3 \dot{H}_2) / (H_2^2 + H_3^2) \quad \text{dla} \quad H_2^2 + H_3^2 \neq 0 \quad (5)$$

$$H_2 \triangleq h_2 - \hat{v}_{sx} = k_p e_x + \dot{x}_t - \hat{v}_{sx} \quad (6)$$

$$H_3 \triangleq h_3 - \hat{v}_{sy} = k_p e_y + \dot{y}_t - \hat{v}_{sy}, \quad (7)$$

gdzie  $k_p > 0$  jest drugim parametrem projektowym sterownika, a  $\text{Atan2c}(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$  jest uciągloną wersją funkcji  $\text{Atan2}(\cdot, \cdot) : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mapsto (-\pi, \pi]$ . Dobór współczynników  $k_1$  oraz  $k_p$  jest bardzo prosty i zgodnie z geometryczną interpretacją strategii sterowania VFO zaleca się wybór  $k_1 > k_p$ . Przyjmując w równaniach (2)-(7) elementy  $\hat{\omega}_s = \hat{v}_{sx} = \hat{v}_{sy} \equiv 0$  otrzymujemy oryginalny sterownik VFO dla zadania śledzenia trajektorii przy założeniu braku poślizgu, który gwarantuje asymptotyczną zbieżność błędów pozycji i orientacji do zera. Strategia kompensacji poślizgu wynika zatem z wprowadzenia do równań oryginalnego sterownika VFO estymat składowych prędkości poślizgu  $\mathbf{v}_s = [\omega_s \ v_{sx} \ v_{sy}]^T$  oznaczonych jako  $\hat{\omega}_s, \hat{v}_{sx}$  oraz  $\hat{v}_{sy}$ , które można traktować jako elementy sprzężenia wyprzedzającego związanego z torem zaburzenia  $\mathbf{v}_s$ . W przypadku idealnym, gdy  $\hat{\omega}_s \equiv \omega_s$  oraz  $\hat{v}_{sx} \equiv v_{sx}, \hat{v}_{sy} \equiv v_{sy}$ , zastosowanie (2) do modelu (1) pozwala na całkowitą kompensację poślizgu kąтового oraz wykładniczą zbieżność  $e_a(\tau) \rightarrow 0$ , natomiast sygnały sprzężenia wyprzedzającego obecne w (6) i (7) gwarantują realizację zadania określonego w punkcie 2.2. Szczegóły analizy zbieżności zawarto w [3], gdzie wykazano asymptotyczną zbieżność błędu  $\mathbf{e}^*(\tau) = [e_x(\tau) \ e_y(\tau)]^T$  do zera. Ograniczenie błędu  $e_\theta(\tau)$  wynika z faktu wykładniczej zbieżności  $e_a(\tau)$  do zera zauważając jednocześnie, iż  $\theta_t = \text{Atan2c}(\text{sgn}(u_{2t})\dot{y}_t, \text{sgn}(u_{2t})\dot{x}_t)$ , a w granicy dla  $\mathbf{e}^* = \mathbf{0}$  oraz dla  $\hat{v}_{sx} \equiv v_{sx}, \hat{v}_{sy} \equiv v_{sy}$  kąty pomocniczy  $\theta_a = \text{Atan2c}(\text{sgn}(u_{2t})(\dot{y}_t - v_{sy}), \text{sgn}(u_{2t})(\dot{x}_t - v_{sx}))$ .

Warto wspomnieć krótko o interpretacji geometrycznej równań (2)-(7), co pozwoli wyjaśnić proponowaną strategię sterowania. Pierwsze równanie w (2) definiuje tzw. sterowanie orientujące, którego zadaniem jest sprowadzanie pomocniczego błędu orientowania  $e_a$  do zera. Błąd orientowania  $e_a$  wynika z różnicy między pomocniczym kątem orientacji  $\theta_a$  a bieżącym kątem orientacji platformy. Zgodnie z definicją (4) sygnał  $\theta_a$  określa pożądany kierunek dla wektora prędkości nominalnej  $\mathbf{v}_N^*(\mathbf{q}, \mathbf{u}) = \mathbf{v}_N^*(\theta, u_2) = \mathbf{g}_2^*(\theta)u_2 = [u_2 \cos \theta \ u_2 \sin \theta]^T$ , który z kolei zależy od aktualnej orientacji platformy pojazdu  $\theta$ . Zapewnienie zbieżności  $e_a$  do zera gwarantuje zatem nałożenie kierunku wektora prędkości nominalnej  $\mathbf{v}_N^*$  na żądany kierunek określony wektorem  $\mathbf{H}^* = [H_2 \ H_3]^T$  (a reprezentowany bezpośrednio sygnałem  $\theta_a$ ). Wektor  $\mathbf{H}^*$  składa się z liniowej kombinacji tzw. wektora zbieżności<sup>||</sup>  $\mathbf{h}^* = [h_2 \ h_3]^T$  projektowanego w oryginalnym sterowniku VFO dla przypadku nominalnego ( $\mathbf{v}_s^* \equiv \mathbf{0}$ ) oraz wektora estymat prędkości poślizgu  $\hat{\mathbf{v}}_s^* = [\hat{v}_{sx} \ \hat{v}_{sy}]^T$ . Wektor  $\mathbf{H}^*$  wskazuje zatem żadaną orien-

<sup>||</sup>Przy braku poślizgu wektor zbieżności  $\mathbf{h}^*$  definiuje pożądany chwilowy kierunek i zwrot dla wektora prędkości  $\hat{\mathbf{q}}^*$  gwarantujący zbieżność pozycji platformy  $\mathbf{q}^*$  do trajektorii referencyjnej pozycji  $\mathbf{q}_t^*$ .

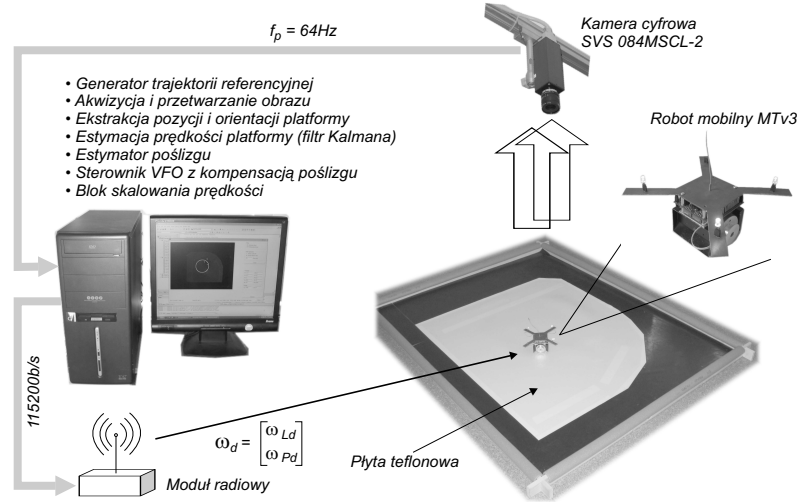
tację platformy, której realizacja gwarantuje, iż wypadkowy wektor prędkości postępowej pojazdu  $\dot{\mathbf{q}}^* = [\dot{x} \ \dot{y}]^T$  pokryje się z wektorem zbieżności  $\mathbf{h}^*$  (dla  $e_x = e_y = 0$  wektor zbieżności redukuje się do wektora prędkości referencyjnej pozycji  $\dot{\mathbf{q}}_t^* = [\dot{x}_t \ \dot{y}_t]^T$ ). Poza żądanym kierunkiem (orientacją) wektor  $\mathbf{H}^*$  określa także żądaną normę euklidesową prędkości nominalnej  $\mathbf{v}_N^*$ . Realizację żądanej normy zapewnia tzw. sterowanie popychające  $u_2$  zdefiniowane w (2), które po podstawieniu do modelu (1) gwarantuje, że dla  $\theta = \theta_a$  oraz  $\hat{v}_{sx} \equiv v_{sx}$ ,  $\hat{v}_{sy} \equiv v_{sy}$  zachodzi:  $\|\mathbf{v}_N^*\| = \|\mathbf{g}_2^*(\mathbf{q})u_2\| = \|\mathbf{H}^*\|$ . Zależności geometryczne pomiędzy poszczególnymi wektorami zachodzące w trakcie sterowania VFO z idealną kompensacją poślizgu przedstawia rys. 2. Więcej szczegółów dotyczących strategii sterowania VFO można znaleźć w pracach cytowanych w [3].

## 4. WERYFIKACJA EKSPERYMENTALNA

### 4.1. Stanowisko badawcze

Stanowisko badawcze wykorzystane podczas eksperymentów przedstawiono na rys. 3. Składa się ono z następujących podstawowych elementów: robota mobilnego MTv3, płaskiej bieżni w postaci płyty pokrytej materiałem teflonowym, systemu wizyjnego z kamerą cyfrową SVS 084MSCL, komputera klasy PC oraz komunikacyjnego modułu radiowego. System wizyjny spełnia rolę sprzężenia zwrotnego w układzie sterowania VFO. Określanie chwilowej lokalizacji platformy robota jest możliwe dzięki znacznikom diodowym LED umieszczonym nad korpusem robota. Kamera cyfrowa będąca elementem sprzężenia wizyjnego przesyła pobrany obraz bieżni z robotem do komputera z częstotliwością 64 Hz. Komputer oblicza sygnały sterujące poziom platformy (sterownik VFO z kompensatorem poślizgu) i przesyła zadane wartości prędkości kół platformy poprzez moduł radiowy (115200 b/s) do pokładowego sterownika robota. Na pokładzie robota MTv3 zaimplementowane zostały dwa niezależne regulatory PI odpowiedzialne za realizację wartości zadanych. Częstotliwość pracy całego układu sterowania VFO ograniczona szybkością pracy systemu wizyjnego wynosi 64 Hz.

Komputer PC jest odpowiedzialny za realizację poszczególnych zadań obliczeniowych związanych z układem pomiarowym oraz układem sterowania (por. rys. 3). Blok pomiarowy składa się z dwóch modułów: P1) modułu akwizycji i przetwarzania obrazu służącego do określenia położenia znaczników diodowych na obrazie i dalej do obliczania koordynat położenia i orientacji platformy robota, P2) modułu estymacji prędkości i przyspieszenia platformy w postaci odpowiednio dostosowanego estymatora Kalmana (opis realizacji estymatora przedstawiono w kolejnym podpunkcie). Blok sterowania tworzą następujące cztery moduły: S1) moduł generatora trajektorii referencyjnej platformy, S2) moduł estymatora poślizgu wykorzystujący oszacowania składowych prędkości i przyspieszenia obliczane w estymatorze Kalmana S3), moduł sterownika VFO z kompensatorem poślizgu (z uwagi na kaskadową strukturę układu sterowania wyjściem sterownika VFO jest wektor zadanych prędkości kątowych lewego i prawego koła platformy:  $\boldsymbol{\omega}_d = [\omega_{Ld} \ \omega_{Pd}]^T$ ) oraz S4) moduł skalowania prędkości realizujący zadanie ograniczania wektora prędkości zadanych w taki sposób, aby zachować kierunek tego wektora, a jednocześnie aby nie przekroczyć



**Rys. 3.** Schemat stanowiska eksperymentalnego z wizyjnym sprzężeniem zwrotnym i robotem mobilnym MTv3

ograniczenia dla żadnej współrzędnej z osobna\*\*.

## 4.2. Estymacja prędkości platformy i kompensator poślizgu

Kluczowym problemem strategii sterowania (2)-(7) jest sposób estymacji składowych prędkości poślizgu  $\hat{\omega}_s, \hat{v}_{sx}, \hat{v}_{sy}$ . W podejściu kinematycznym zgodnie z równaniem (1) składowe prędkości poślizgu można wyznaczyć jako różnicę pomiędzy prędkością stanu  $\hat{q}$  a wektorem nominalnej prędkości platformy  $v_N(\theta, u)$ , [2]. Sposób ten wykorzystano podczas przeprowadzonych eksperymentów przyjmując następującą postać bloku kompensacji poślizgu:

$$\hat{\omega}_{sx} = \delta_\omega \cdot (\hat{\theta} - u_1), \quad \hat{v}_{sx} = \delta_x \cdot (\hat{x} - u_2 \cos \theta), \quad \hat{v}_{sy} = \delta_y \cdot (\hat{y} - u_2 \sin \theta) \quad (8)$$

ze współczynnikami korekcyjnymi  $\delta_\omega, \delta_x, \delta_y > 0$  (parametry projektowe kompensatora poślizgu) pozwalającymi na tzw. *ostrożną* kompensację (wyjaśnienie w kolejnym podpunkcie). Składniki  $\hat{\theta}, \hat{x}$  oraz  $\hat{y}$  stanowią estymaty chwilowych prędkości platformy uzyskane z bloku estymatora Kalmana. Jako sygnał wejściowy estymatora przyjęto pomiary składowych wektora stanu platformy określone w module systemu wizyjnego:  $y_i = q_i, i = 1, 2, 3$ , gdzie  $q_1 = \theta, q_2 = x, q_3 = y$ . Zakładając, iż w obecności poślizgu istnieje możliwość ruchu platformy w dowolnym kierunku na płaszczyźnie bieżni zaproponowano trzy równoważne i niezależne zaburzone dyskretne modele kinematyczne odpowiednio dla orientacji oraz dwóch składowych pozycji wiążące zryw, przyspieszenie, prędkość i pozycję dla poszczególnych składowych:

\*\*Szczegóły dotyczące algorytmu skalowania prędkości można znaleźć w [1].

$$\hat{\mathbf{z}}_i(n+1) = \begin{bmatrix} 1 & T_p & 0 & 0 \\ 0 & 1 & T_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{z}}_i(n) + \mathbf{w}_i(n), \quad \hat{y}_i(n) = [1 \ 0 \ 0 \ 0] \hat{\mathbf{z}}_i(n) \quad (9)$$

gdzie  $T_p = 1/64$  s jest okresem próbkowania,  $\mathbf{w}_i$  stanowi losowe zaburzenie (zakłócenie) procesu, a składowe wektora  $\hat{\mathbf{z}}_i = [\hat{z}_{iq} \ \hat{z}_{iv} \ \hat{z}_{ia} \ \hat{z}_{id}]^T$  oznaczają estymaty odpowiednio pozycji, prędkości, przyspieszenia i zrywu sygnału  $z_i$ , przy czym  $\hat{z}_{1q} = \hat{\theta}$ ,  $\hat{z}_{2q} = \hat{x}$ ,  $\hat{z}_{3q} = \hat{y}$ . Do implementacji estymatora dla każdego  $i$ -tego procesu przyjęto diagonalną macierz kowariancji zakłócenia  $\mathbf{Q}_i = \text{diag}\{\sigma_{iq}^2, \sigma_{iv}^2, \sigma_{ia}^2, \sigma_{id}^2\}$  oraz oszacowaną wariancję  $\sigma_{yi}^2$  pomiaru sygnału  $y_i$ . Pozostałe szczegóły implementacyjne estymatora Kalmana miały charakter klasyczny – zainteresowanego czytelnika odsyłamy do [4]. Wektor  $\hat{\mathbf{z}}_i$  dostępny na wyjściu estymatora pozwolił na wykorzystanie estymat przyspieszenia platformy  $\hat{z}_{2a} = \hat{\ddot{x}}$  oraz  $\hat{z}_{3a} = \hat{\ddot{y}}$  do określania pochodnych składowych prędkości poślizgu potrzebnych do obliczeń w równaniu (5):

$$\hat{v}_{sx} = \delta_x \cdot (\hat{z}_{2a} + u_2 \dot{\theta} s\theta - \dot{u}_2 c\theta), \quad \hat{v}_{sy} = \delta_y \cdot (\hat{z}_{3a} - u_2 \dot{\theta} c\theta - \dot{u}_2 s\theta) \quad (10)$$

przy czym dla skrócenia zapisu przyjęto oznaczenia:  $s\theta = \sin \theta$ ,  $c\theta = \cos \theta$ .

### 4.3. Wyniki eksperymentu

Eksperyment przeprowadzono dla trajektorii referencyjnej w postaci okręgu o środku w początku układu globalnego  $\{X, Y\}$ , promieniu  $r = 0.25$  m i referencyjnej prędkości postępowej  $u_{2t} = 0.75$  m/s:  $x_t(\tau) = 0.25 \cos(3\tau)$ ,  $y_t(\tau) = 0.25 \sin(3\tau)$ . Przyjęto następujące wartości parametrów sterownika VFO, estymatora Kalmana i kompensatora poślizgu:  $k_1 = 2$ ,  $k_p = 1$ ,  $\sigma_{iq} = \sigma_{iv} = 0$ ,  $\sigma_{ia} = 2$ ,  $\sigma_{id} = 5$ ,  $\sigma_{y1} = 0.05$ ,  $\sigma_{y2} = \sigma_{y3} = 0.02$ ,  $\delta_\omega = \delta_x = \delta_y = 0.2$ . Składowe przyspieszeń poślizgu obliczano zgodnie z równaniami (10) przy założeniu upraszczającym:  $\dot{u}_2 \equiv 0$ ,  $\dot{\theta} \equiv u_1$ . Uzyskane wyniki przedstawiono w postaci zestawu wykresów na rys. 4 (sygnały wyrażono w jednostkach układu SI).

Wykres 4<sub>11</sub> ilustruje przebiegi błędów śledzenia pozycji w warunkach z załączonym kompensatorem poślizgu i bez kompensatora (co wskazuje przebieg sygnału oznaczonego jako ONOFF: ONOFF=1 – załączony kompensator, ONOFF=0 – kompensator wyłączony). W przedziałach z załączonym kompensatorem można zauważyć zmniejszenie amplitudy błędów  $e_x$  oraz  $e_y$  i w efekcie poprawę jakości śledzenia trajektorii. Na wykresach 4<sub>41</sub> oraz 4<sub>42</sub> przedstawiono tory geometryczne zakreślane przez punkt charakterystyczny platformy robota (środek geometryczny platformy) w układzie globalnym odpowiednio dla przedziałów czasu  $\tau_1 \in (29.5; 74.3)$  s (wykres 4<sub>41</sub> – załączony kompensator; oznaczenie ON) oraz  $\tau_2 \in (74.3; 112.4)$  s (wykres 4<sub>42</sub> – wyłączony kompensator; oznaczenie OFF). Przebiegi sygnałów sterujących są przedstawione an wykresach 4<sub>31</sub> (prędkości platformy obliczane zgodnie z (2)) oraz 4<sub>32</sub> (zadane prędkości kątowe kół pojazdu). Warto zaznaczyć, iż w całym horyzoncie czasowym sterowania zadane prędkości kątowe kół osiągały wartości znacznie poniżej dopuszczalnej wartości maksymalnej równej  $\omega_{kmax} = 80$  rad/s. Jakość estymacji prędkości poślizgu obliczanych zgodnie z równaniami (8) ilustrują przebiegi na wykresach 4<sub>21</sub> (poślizg wzdłużny i poprzeczny wyrażone w lokalnym układzie pojazdu)

oraz  $4_{22}$  (poślizg kątowy). Na wykresie  $4_{12}$  dodatkowo przedstawiono jakość procesu orientowania (kluczowego dla strategii sterowania VFO) rozumianą jako przebieg  $\cos \alpha(\tau)$ , gdzie  $\alpha(\tau) = \angle(\mathbf{g}_2^*(\theta(\tau)), \mathbf{H}^*(\tau))$  (w rozważanym przypadku  $\alpha(\tau) \equiv e_a(\tau)$ ).

## 5. KOMENTARZE

Zaprezentowane wyniki wydają się być obiecujące, należy je jednak traktować jako weryfikację wstępną. Warunki przeprowadzenia eksperymentu oraz wybór trajektorii referencyjnej wymagają tutaj kilku komentarzy.

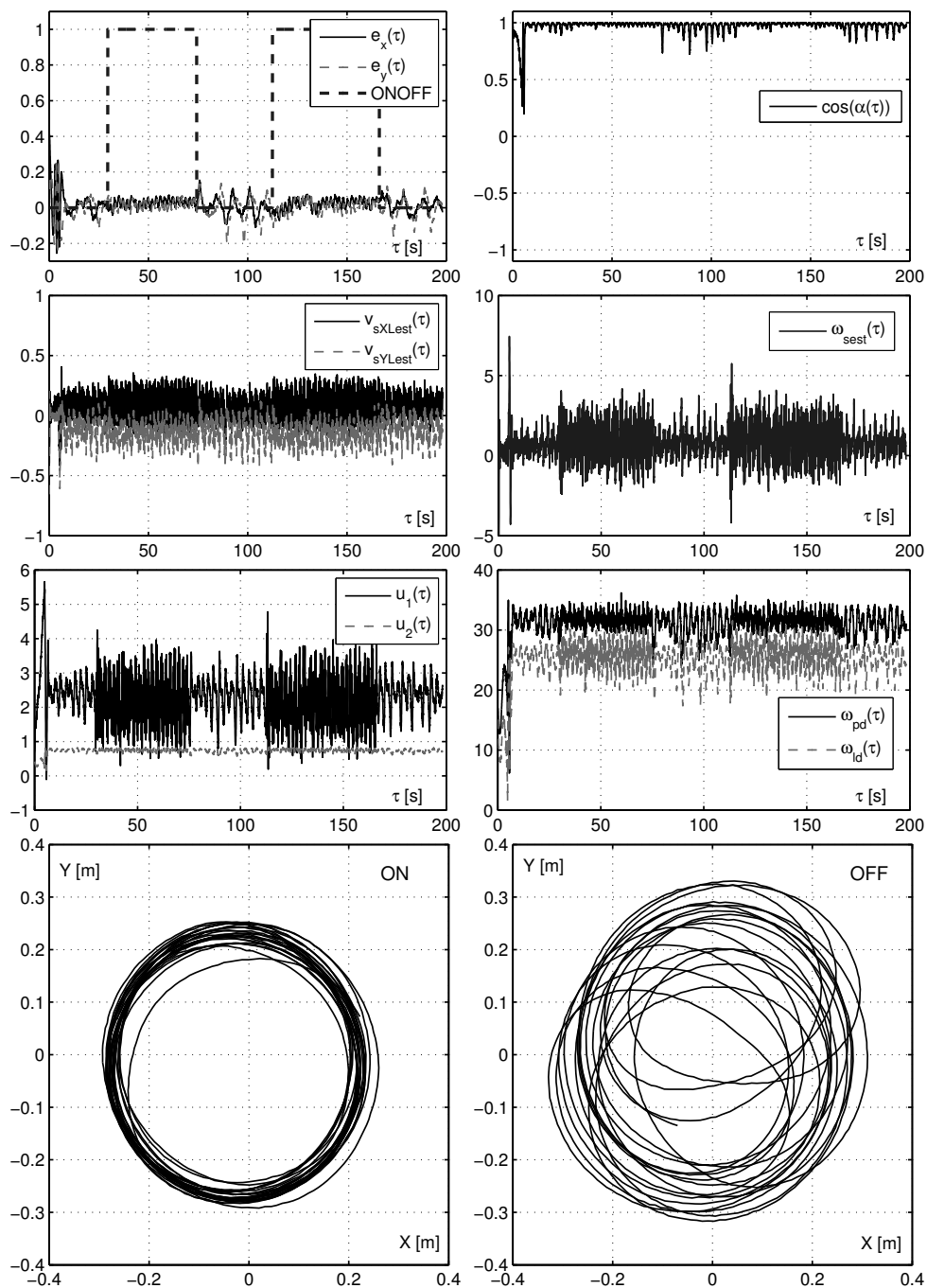
Zacznijmy od zaznaczenia, iż postawione zadanie sterowania jest dość wymagające. Nie chodzi w nim bowiem o eliminację czy ograniczenie zjawiska poślizgu, co byłoby możliwe w zadaniu odtwarzania ścieżki np. poprzez redukcję prędkości postępowej pojazdu, ale o kompensację wpływu ustawicznie występującego poślizgu na jakość śledzenia trajektorii pozycji (wartość referencyjnej prędkości trajektorii nie może zostać zredukowana, gdyż w ten sposób zmianie ulegnie także zadanie ruchu). Należy zaznaczyć, iż w warunkach występowania poślizgu trajektoria referencyjna ustawicznie *ucieka* i wszelkie nawet chwilowe zaburzenia ruchu pojazdu mogą skutkować jego długodystansowym oddaleniem od zadanego toru geometrycznego (tutaj polega to na tzw. *ściananiu* okręgu w pogoni za trajektoria).

Szczególnie trudne warunki realizacji zadania wynikają także z faktu, iż zjawisku poślizgu poprzecznego towarzyszy zwykle poślizg wzdłużny kół ograniczający bezpośrednio możliwość wpływu na ruch pojazdu. W takiej sytuacji działanie układu sterowania jest do pewnego stopnia sprzężone ze zjawiskiem poślizgu. Oznacza to, iż intensywne działanie bloku kompensatora samo może pogłębić efekt wzdłużnego poślizgu kół i tym samym spowodować utratę kontroli nad pojazdem<sup>††</sup>. Fakt ten wyjaśnia użycie współczynników skalujących  $\sigma$  w równaniach (8), których wartości przyjęto podczas eksperymentów jako znacznie mniejsze od jedności (kompensacja *ostrożna*).

Kołowa trajektoria referencyjna wybrana do testów pozwala na uzyskanie w układzie *ustalonych* warunków poślizgu odpowiadających w przybliżeniu cyklicznie powtarzającym się zjawiskom o stosunkowo małej zmienności średniej (w układzie lokalnym platformy pojazdu wartości średnie prędkości poślizgu są w przybliżeniu stałe). Jest to przypadek, w którym poślizg wynika ze zbyt dużego przyspieszenia odśrodkowego pojawiającego się podczas szybkiego ruchu wzdłuż zamkniętego toru o niezerowej i stałej krzywiznie. Takie warunki pozwalają w odpowiednio długim horyzoncie czasowym na dość efektywną kompensację wpływu zakłóceń wynikających z poślizgu. Nagłe i krótkotrwałe zmiany przyczepności kół pojazdu będą stanowić z pewnością bardziej wymagające warunki pracy dla samego kompensatora poślizgu (dynamika estymatora Kalmana) jak i całego układu sterowania (prawdopodobnie większy stopień sprzężenia sterowania ze zjawiskiem poślizgu).

<sup>††</sup> Korzystniejsze warunki eliminacji wpływu *poślizgu* zachodzą w przypadku sterowania ruchem statku czy samolotu, gdzie działanie układu sterowania nie ma większego wpływu na intensywność oddziaływania zakłócenia [3].





Rys. 4. Przebiegi czasowe sygnałów oraz ślady trajektorii pozycji w układzie globalnym  $\{X, Y\}$  uzyskane podczas próby eksperymentalnej w zadaniu śledzenia trajektorii kołowej

## 6. PODSUMOWANIE I DALSZY PRACE

W artykule zaprezentowano wyniki wstępnej eksperymentalnej weryfikacji jakości sterowania VFO w obecności zjawiska poślizgu kół pojazdu z napędem różnicowym podczas realizacji zadania śledzenia referencyjnej kołowej trajektorii pozycji. Zawarte w pracy wyniki testów ujawniły odporność samego algorytmu VFO na oddziaływanie zakłóceń wynikających z efektu poślizgu, a w szczególności poprawę jakości śledzenia wynikającą z wykorzystania kompensatora poślizgu. Przedstawiono również stanowisko testowe, w którym kluczową rolę odgrywa wizyjne sprzężenie zwrotne oraz estymator Kalmana pozwalający na szacowanie składowych prędkości poślizgu w czasie rzeczywistym. Zaprezentowane wyniki wydają się być obiecujące choć mają raczej charakter weryfikacji wstępnej. W niedalekiej przyszłości prowadzone będą kolejne eksperymenty uwzględniające różne warunki przyczepności kół pojazdu oraz różne źródła efektu poślizgu. Planuje się także podjęcie próby rozwiązania zadania odtwarzania ścieżki geometrycznej (*path following*) z kompensacją wpływu poślizgu w układzie ze sterownikiem VFO. Rozszerzenie proponowanej koncepcji na inne kinematyki pojazdów stanowi otwarty problem badawczy wymagający uprzednio wprowadzenia prawa sterowania dla warunków nominalnych (przy braku poślizgu).

## LITERATURA

- [1] K. Kozłowski et al. Posture stabilization of a unicycle mobile robot – two control approaches. In: *Robot Motion and Control. Recent Developments*, wolumen 335 serii *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, s. 25–54. Springer 2006.
- [2] R. Lenain et al. High accuracy path tracking for vehicles in presence of sliding: Application to farm vehicle automatic guidance for agricultural tasks. *Autonomous Robots*, 2006, numer 21, s. 79–97.
- [3] M. Michałek. VFO control for mobile vehicles in the presence of skid phenomenon. In: *Robot Motion and Control 2007*, wolumen 360 serii *LNCIS*, s. 57–66. Springer 2007.
- [4] G. Welch, G. Bishop. *An Introduction to the Kalman Filter*. UNC-Chapel Hill, TR 95-041 2002.

### **EXPERIMENTAL VALIDATION OF THE VFO CONTROL IN THE PRESENCE OF SKID FOR A DIFFERENTIALY-DRIVEN VEHICLE**

The article is devoted to experimental validation of a control quality obtained in the presence of skid phenomenon during a trajectory tracking task for a differentially-driven wheeled vehicle. The control law examined in the paper is the VFO (Vector Field(s) Orientation) control method with a skid compensation extension presented for the first time in [3]. The paper includes: short description of the VFO control strategy with skid compensation, details of practical implementation of a skid velocity estimation block with Kalman filter utilization, description of the experimental setup equipped with a vision feedback and a set of experimental results obtained during a circular trajectory tracking task.